Bilingual Notes · द्विभाषी नोट्स

Class 12 Physics Derivations

कक्षा 12 भौतिकी — व्युत्पत्तियाँ

Every important derivation, step by step, in English with Hindi explanation.

हर महत्वपूर्ण व्युत्पत्ति — चरण-दर-चरण, अंग्रेज़ी के साथ हिंदी व्याख्या।

1. Electric Charges & Fields
वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र

2. Electric Potential & Capacitance
स्थिरवैद्युत विभव तथा धारिता

3. Current Electricity
विद्युत धारा

4. Moving Charges & Magnetism
गतिमान आवेश और चुंबकत्व

6. Electromagnetic Induction
वैद्युतचुंबकीय प्रेरण

7. Alternating Current
प्रत्यावर्ती धारा

9. Ray Optics
किरण प्रकाशिकी

10. Wave Optics
तरंग प्रकाशिकी

11. Dual Nature of Radiation & Matter
विकिरण तथा द्रव्य की द्वैत प्रकृति

12. Atoms
परमाणु

Diagrams cropped from the original handwritten derivation notes (Shobhit Nirwan). Text rewritten bilingually.

Chapter 1

Electric Charges and Fields

अध्याय 1 : वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र

Coulomb's law in vector form

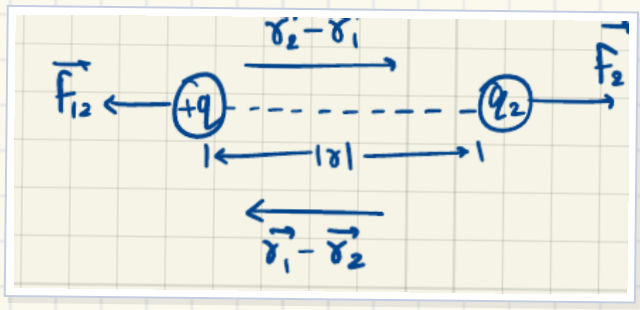
कूलॉम का नियम (सदिश रूप में)

Consider two charges q_1 and q_2 with position vectors $\vec{r}_1$ and $\vec{r}_2$, separated by distance r.

दो आवेश q_1 और q_2 लीजिए जिनके स्थिति सदिश $\vec{r}_1$ और $\vec{r}_2$ हैं तथा उनके बीच की दूरी r है।

Let $\vec{F}_{12}$ = force on q_1 due to q_2, and $\vec{F}_{21}$ = force on q_2 due to q_1.

माना $\vec{F}_{12}$ = q_2 के कारण q_1 पर बल, और $\vec{F}_{21}$ = q_1 के कारण q_2 पर बल।



$$\vec{F}_{12} = \frac{kq_1q_2}{r^2}\hat{r}_{21} \qquad \left(\because \hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}\right)$$

$$\vec{F}_{12} = \frac{kq_1q_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2} \cdot \frac{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \qquad (\because \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

$$\boxed{\vec{F}_{12} = \frac{k\,q_1q_2\,(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}}$$ Hence Proved ✓

Similarly, the force on q_2 due to q_1:

इसी प्रकार, q_1 के कारण q_2 पर बल :

$$\boxed{\vec{F}_{21} = \frac{k\,q_1q_2\,(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}}$$ Hence Proved ✓

Clearly $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$, i.e. Newton's 3rd law holds in electrostatics too.

स्पष्ट है कि $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$, अर्थात् न्यूटन का तीसरा नियम स्थिरवैद्युतिकी में भी लागू होता है।

✎ In board exams, write the reason in brackets beside each step (like $\because \hat{A} = \vec{A}/|\vec{A}|$).
बोर्ड परीक्षा में हर स्टेप के साथ ब्रैकेट में कारण ज़रूर लिखें।

Electric field due to a dipole on its axis

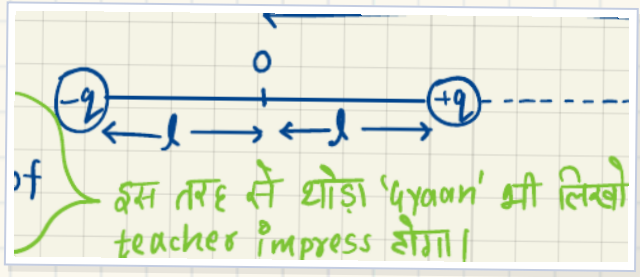
द्विध्रुव की अक्षीय रेखा पर विद्युत क्षेत्र

Two charges −q and +q separated by 2l form a dipole. Point A lies on the axis at distance r from the centre.

2l दूरी पर रखे दो आवेश −q और +q एक द्विध्रुव बनाते हैं। बिंदु A अक्ष पर केंद्र से r दूरी पर है।

Field at A due to −q (towards −q) and due to +q (away from +q):

A पर −q के कारण क्षेत्र (−q की ओर) तथा +q के कारण क्षेत्र (+q से दूर) :



$$E_{-q} = \frac{-kq}{(r+l)^2}, \qquad E_{+q} = \frac{kq}{(r-l)^2}$$

$$E_{net} = \frac{kq}{(r-l)^2} - \frac{kq}{(r+l)^2} = \frac{kq\,[(r+l)^2 - (r-l)^2]}{(r^2-l^2)^2}$$

$$E_{net} = \frac{kq\,(4rl)}{(r^2-l^2)^2} = \frac{2k(2ql)\,r}{(r^2-l^2)^2} = \frac{2kpr}{(r^2-l^2)^2} \qquad (p = q \cdot 2l)$$

For a short dipole ($r \gg l$), l^2 can be ignored in the denominator:

छोटे द्विध्रुव के लिए ($r \gg l$), हर (denominator) में l^2 को नगण्य मान सकते हैं :

$$\boxed{\vec{E}_{axial} = \frac{2k\vec{p}}{r^3}}$$ Hence Proved ✓

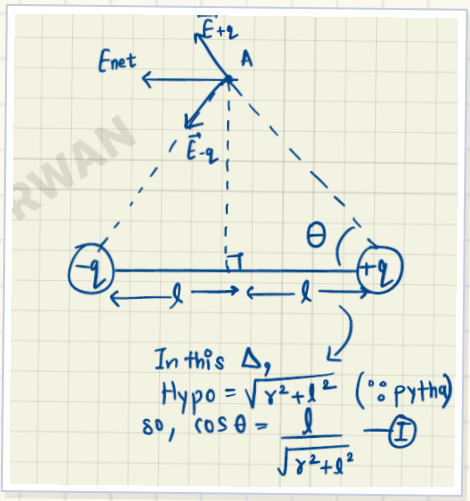
Direction: along $\vec{p}$ (from $-q$ to $+q$).

दिशा : $\vec{p}$ की दिशा में ($-q$ से $+q$ की ओर)।

Electric field due to a dipole on the equatorial line
द्विध्रुव की निरक्षीय (equatorial) रेखा पर विद्युत क्षेत्र

Point A is on the perpendicular bisector at distance r from the centre.
Distance of A from each charge = $\sqrt{r^2+l^2}$.

बिंदु A लंब-समद्विभाजक पर केंद्र से r दूरी पर है। प्रत्येक आवेश से A की दूरी = $\sqrt{r^2+l^2}$ है।



$$|E_{-q}| = |E_{+q}| = \frac{kq}{r^2+l^2}$$

By parallelogram law (angle between the two fields is 2θ):

समांतर चतुर्भुज नियम से (दोनों क्षेत्रों के बीच कोण 2θ है) :

$$E_{net} = \sqrt{E_{-q}^2 + E_{+q}^2 + 2E_{-q}E_{+q}\cos 2\theta} = \sqrt{\frac{2k^2q^2}{(r^2+l^2)^2}(1+\cos 2\theta)}$$

$$= \sqrt{\frac{2k^2q^2}{(r^2+l^2)^2} \cdot 2\cos^2\theta} = \frac{2kq\cos\theta}{r^2+l^2} \qquad (\because 1+\cos 2\theta = 2\cos^2\theta)$$

From the triangle, $\cos\theta = \frac{l}{\sqrt{r^2+l^2}}$. Putting it in:

त्रिभुज से, $\cos\theta = \frac{l}{\sqrt{r^2+l^2}}$। इसे रखने पर :

$$E_{net} = \frac{2kql}{(r^2+l^2)^{3/2}} = \frac{kp}{(r^2+l^2)^{3/2}}$$

If $r \gg l$, l^2 can be neglected:

यदि $r \gg l$ हो तो l^2 नगण्य है :

$$\boxed{\vec{E}_{eq} = -\frac{k\vec{p}}{r^3}}$$ Hence Proved ✓

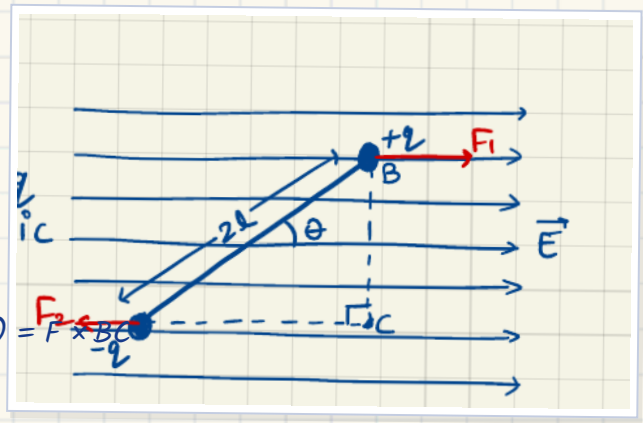
The minus sign shows the field is anti-parallel to $\vec{p}$ (from $+q$ to $-q$).

ऋण चिह्न बताता है कि क्षेत्र की दिशा $\vec{p}$ के विपरीत है ($+q$ से $-q$ की ओर)।

Torque on a dipole in a uniform external field
एकसमान बाह्य क्षेत्र में द्विध्रुव पर बल-आघूर्ण

A dipole (charges $\pm q$, separation $2l$) is placed in a uniform field $\vec{E}$, making an angle θ with it.

एक द्विध्रुव (आवेश ±q, दूरी 2l) एकसमान क्षेत्र $\vec{E}$ में उससे θ कोण पर रखा है।



$$\vec{F}_1 = -q\vec{E} \text{ (on } -q), \qquad \vec{F}_2 = q\vec{E} \text{ (on } +q)$$

The forces are equal and opposite, so net force is zero — but they form a couple, which produces torque.

दोनों बल बराबर और विपरीत हैं, अतः कुल बल शून्य है — परंतु ये एक बल-युग्म (couple) बनाते हैं जो बल-आघूर्ण उत्पन्न करता है।

τ = (either force) × (⊥ distance between lines of action) = $F \times BC$

$$\tau = qE \times (2l \sin\theta)$$

$$\tau = pE\sin\theta \quad \Rightarrow \quad \vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Hence Proved ✓

Case I: $\theta = 0° \Rightarrow \tau = 0$ — stable equilibrium (dipole comes back if disturbed).

स्थिति I: $\theta = 0° \Rightarrow \tau = 0$ — स्थायी संतुलन (हिलाने पर वापस उसी स्थिति में आ जाता है)।

Case II: $\theta = 180° \Rightarrow \tau = 0$ — unstable equilibrium (once disturbed, it turns to align with the field).

स्थिति II: $\theta = 180° \Rightarrow \tau = 0$ — अस्थायी संतुलन (हिलाने पर वापस नहीं आता, क्षेत्र की दिशा में घूम जाता है)।

Case III: $\theta = 90° \Rightarrow \tau_{max} = pE$.

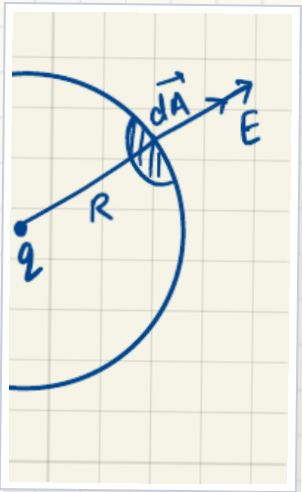
स्थिति III: $\theta = 90° \Rightarrow$ अधिकतम बल-आघूर्ण $\tau_{max} = pE$।

✎ Explaining stable and unstable equilibrium in the answer impresses the examiner.
स्थायी और अस्थायी संतुलन को भी समझाकर लिखें, इससे परीक्षक प्रभावित होते हैं।

Verification of Gauss's law using Coulomb's law
कूलॉम नियम से गॉस नियम का सत्यापन

Gauss's law: net flux through a closed surface is $\frac{1}{\varepsilon_0}$ times the charge enclosed.

गॉस का नियम : किसी बंद पृष्ठ से निकलने वाला कुल फ्लक्स, उसके अंदर स्थित आवेश का $\frac{1}{\varepsilon_0}$ गुना होता है।



$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

Take a sphere of radius r around charge q. $|\vec{E}|$ is the same everywhere on it and θ = 0° between $\vec{E}$ and $d\vec{A}$.

आवेश q के चारों ओर r त्रिज्या का गोला लें। इस पर हर जगह $|\vec{E}|$ समान है और $\vec{E}$ व $d\vec{A}$ के बीच θ = 0° हैं।

$$\phi_E = \oint E\,dA\cos 0° = E\oint dA = E(4\pi r^2) \quad \dots(1)$$

By Coulomb's law, $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$. Putting in (1):

कूलॉम नियम से $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$। (1) में रखने पर :

$$\phi_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \times 4\pi r^2$$

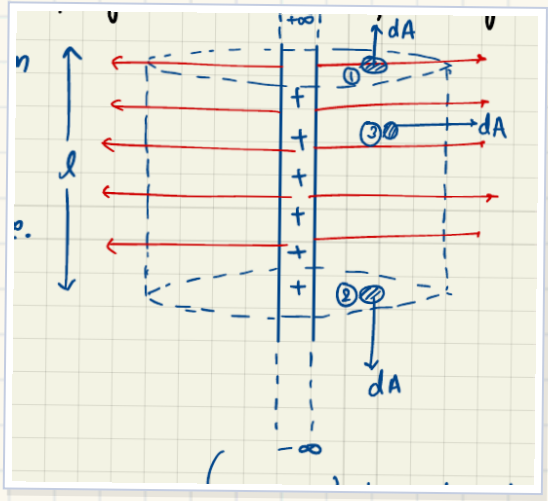
$$\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \times (\text{enclosed charge})$$

Hence Proved ✓

Field due to an infinitely long straight charged wire
अनंत लंबे सीधे आवेशित तार के कारण विद्युत क्षेत्र

Take a wire with linear charge density λ. Choose a cylindrical Gaussian surface of radius r and length l around it.

> रेखीय आवेश घनत्व λ वाला तार लें। इसके चारों ओर r त्रिज्या और l लंबाई का बेलनाकार गॉसीय पृष्ठ लें।



The field is radially outward, so the flat end-caps get no flux ($\theta = 90°$); only the curved surface does ($\theta = 0°$).

> क्षेत्र त्रिज्य दिशा में बाहर की ओर है, इसलिए दोनों सपाट सिरों से फ्लक्स शून्य ($\theta = 90°$) और केवल वक्र पृष्ठ से फ्लक्स ($\theta = 0°$)।

$$\phi = \int E\,dA\cos 90° + \int E\,dA\cos 90° + \int E\,dA\cos 0° = 0 + 0 + EA$$

$$\phi = E(2\pi rl) \quad \dots(1) \qquad [\text{curved area} = 2\pi rl]$$

By Gauss's law, with $q_{in} = \lambda l$:

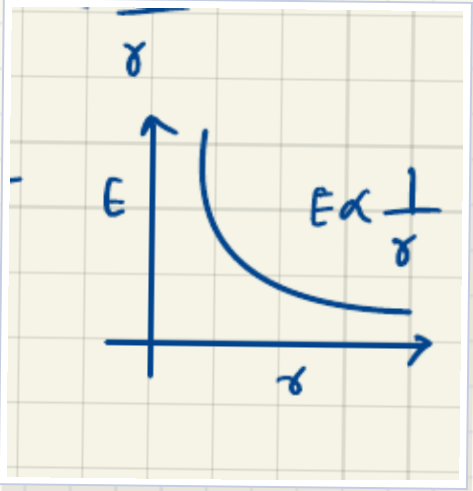
> गॉस नियम से, जहाँ $q_{in} = \lambda l$:

$$E(2\pi rl) = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

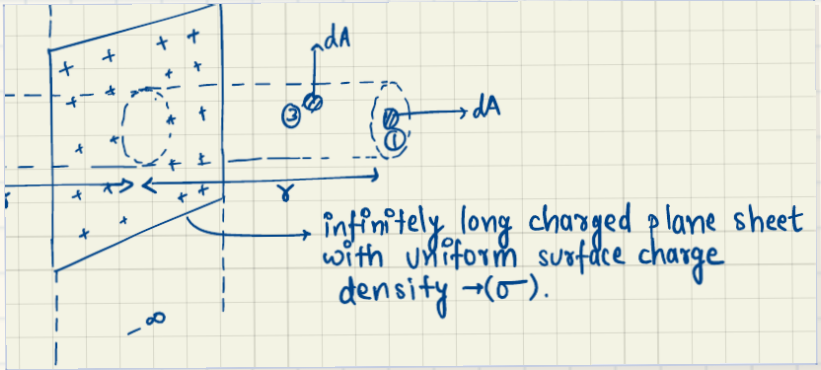
$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$ Hence Proved ✓

So $E \propto \frac{1}{r}$ — the graph of E vs r is a hyperbola-like curve.

> अतः $E \propto \frac{1}{r}$ — E और r का ग्राफ ऐसा वक्र है जो r बढ़ने पर घटता जाता है।



Field due to an infinite plane sheet of charge
अनंत समतल आवेशित चादर के कारण विद्युत क्षेत्र



Sheet has uniform surface charge density σ. Take a Gaussian cylinder of cross-section area A passing through the sheet.

चादर का पृष्ठ आवेश घनत्व σ है। चादर को पार करता हुआ A अनुप्रस्थ क्षेत्रफल का गॉसीय बेलन लें।

Flux passes through the two flat faces (1) and (2); none through the curved surface (3).

फ्लक्स दोनों सपाट सिरों (1) और (2) से निकलता है; वक्र पृष्ठ (3) से नहीं।

$$\phi = \int E\,dA\cos 0^\circ + \int E\,dA\cos 0^\circ + \int E\,dA\cos 90^\circ = EA + EA + 0 = 2EA \quad \cdots (1)$$

Charge enclosed = σA. By Gauss's law:

अंदर का आवेश = σA। गॉस नियम से :

$$2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$ Hence Proved ✓

The field does not depend on distance r from the sheet.

यह क्षेत्र चादर से दूरी r पर निर्भर नहीं करता।

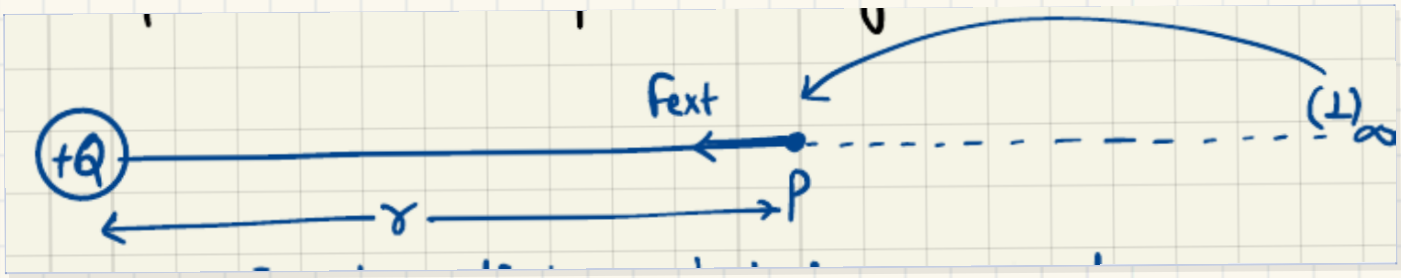
Chapter 2

Electric Potential and Capacitance

अध्याय 2 : स्थिरवैद्युत विभव तथा धारिता

Potential at a point due to a point charge

बिंदु आवेश के कारण किसी बिंदु पर विभव



Point P is at distance r from charge +Q. Potential = work done to bring a unit positive charge from infinity to P.

बिंदु P, आवेश +Q से r दूरी पर है। विभव = एकांक धन आवेश को अनंत से P तक लाने में किया गया कार्य।

The external force acts opposite to the repulsive Coulomb force ($\theta = 180°$, $\cos 180° = -1$).

बाह्य बल, प्रतिकर्षण कूलॉम बल के विपरीत लगता है ($\theta = 180°$, $\cos 180° = -1$)।

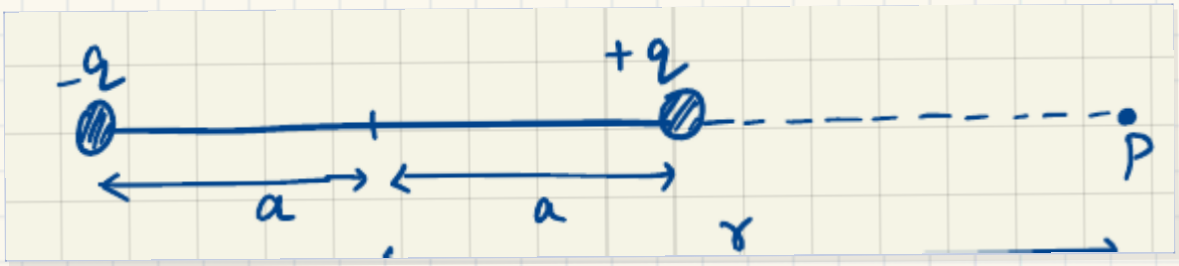
$$W_{\infty \to P} = \int_{\infty}^{r} F_{ext}\, dr = -\int_{\infty}^{r} \frac{kQ}{x^2}\, dx = -kQ\left[-\frac{1}{x}\right]_{\infty}^{r}$$

$$= -kQ\left[-\frac{1}{r} + \frac{1}{\infty}\right] = \frac{kQ}{r}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$ Hence Proved ✓

Potential due to a dipole — (a) on the axial line

द्विध्रुव के कारण विभव — (a) अक्षीय रेखा पर



Dipole with charges ±q separated by 2a; P lies on the axis at distance r from the centre.

द्विध्रुव में ±q आवेश 2a दूरी पर हैं; P अक्ष पर केंद्र से r दूरी पर है।

$$V_+ = \frac{kq}{r-a}, \qquad V_- = \frac{-kq}{r+a}$$

$$V_{axial} = V_+ + V_- = \frac{kq(r+a) - kq(r-a)}{r^2 - a^2} = \frac{k(2aq)}{r^2 - a^2}$$

$$V_{axial} = \frac{kp}{r^2 - a^2}$$

For a short dipole ($r \gg a$):

छोटे द्विध्रुव के लिए ($r \gg a$) :

$$V_{axial} = \frac{kp}{r^2}$$ Hence Proved ✓

(b) Potential on the equatorial line
(b) निरक्षीय रेखा पर विभव

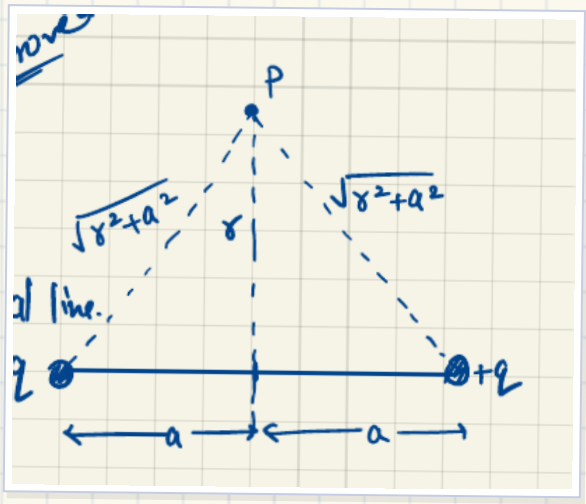
P is on the equatorial line at distance r. Both charges are at the same distance $\sqrt{a^2+r^2}$ from P.

> P निरक्षीय रेखा पर r दूरी पर है। दोनों आवेश P से समान दूरी $\sqrt{a^2+r^2}$ पर हैं।

$$V_+ = \frac{kq}{\sqrt{a^2+r^2}}, \qquad V_- = \frac{-kq}{\sqrt{a^2+r^2}}$$

$$V_{eq} = V_+ + V_- = 0$$

$$\boxed{V_{eq} = 0}$$ Hence Proved ✓



So the potential due to a dipole at any point on the equatorial line is zero.

> अतः निरक्षीय रेखा के किसी भी बिंदु पर द्विध्रुव के कारण विभव शून्य होता है।

(c) Potential at any arbitrary point
(c) किसी भी (स्वेच्छ) बिंदु पर विभव

Point A is at distance r from the centre, making angle θ with the dipole axis. Resolve $\vec{p}$ into two components: $p\cos\theta$ (along OA) and $p\sin\theta$ (perpendicular to OA).

> बिंदु A केंद्र से r दूरी पर, अक्ष से θ कोण पर है। $\vec{p}$ को दो घटकों में तोड़ें : $p\cos\theta$ (OA के अनुदिश) और $p\sin\theta$ (OA के लंबवत)।

A lies on the **axial line** of the component $p\cos\theta$, so its potential is $\frac{kp\cos\theta}{r^2}$.

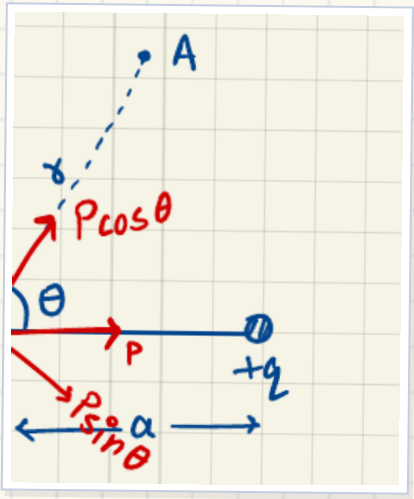
> A घटक $p\cos\theta$ की **अक्षीय रेखा** पर है, इसलिए इसका विभव $\frac{kp\cos\theta}{r^2}$ है।

A lies on the **equatorial line** of $p\sin\theta$, so its potential is zero.

> A घटक $p\sin\theta$ की **निरक्षीय रेखा** पर है, इसलिए इसका विभव शून्य है।

$$V_{net} = \frac{kp\cos\theta}{r^2} + 0$$

$$\boxed{V = \frac{kp\cos\theta}{r^2}}$$ Hence Proved ✓



Relation between electric field and potential
विद्युत क्षेत्र और विभव में संबंध

Two equipotential surfaces A and B are separated by a small distance dx, with $V_B = V$ and $V_A = V + dV$.

> दो समविभव पृष्ठ A और B छोटी दूरी dx पर हैं, जहाँ $V_B = V$ और $V_A = V + dV$।

Work done to move a unit positive charge from B to A against the field:

> एकांक धन आवेश को क्षेत्र के विरुद्ध B से A तक ले जाने में कार्य :

$$dW = \vec{F}\cdot d\vec{x} = F\,dx\cos 180^\circ = -E\,dx \qquad (\because F = qE,\ q = 1) \quad \dots(1)$$

$$\text{Also, } dW = q(V_A - V_B) = 1\cdot(V + dV - V) = dV \quad \dots(2)$$

From (1) and (2):

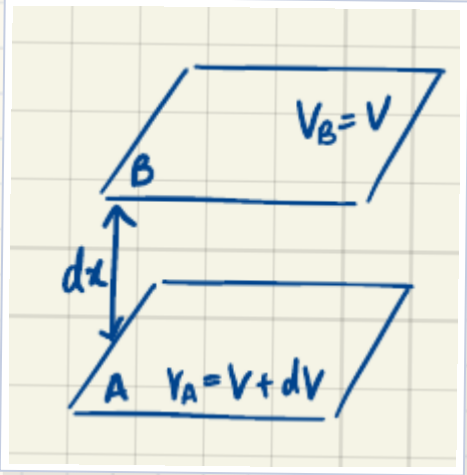
(1) और (2) से :

$$-E\,dx = dV$$

$$E = -\frac{dV}{dx}$$ Hence Proved ✓

The field points in the direction in which potential decreases fastest.

विद्युत क्षेत्र उस दिशा में होता है जिधर विभव सबसे तेज़ी से घटता है।



Potential energy of a system of two point charges (no external field)
दो बिंदु आवेशों के निकाय की स्थितिज ऊर्जा (बाह्य क्षेत्र के बिना)

Initially there is no charge at A or B. First bring q_1 from infinity to A — no work is needed since there is no field yet: $W_1 = 0$.

शुरुआत में A और B पर कोई आवेश नहीं है। पहले q_1 को अनंत से A तक लाएँ — कोई क्षेत्र न होने से कार्य शून्य : $W_1 = 0$।



Now bring q_2 from infinity to B. Potential at B due to q_1 is $V_B = \frac{kq_1}{r}$.

अब q_2 को अनंत से B तक लाएँ। B पर q_1 के कारण विभव $V_B = \frac{kq_1}{r}$ है।

$$W_2 = q_2 V_B = \frac{kq_1q_2}{r}$$

Total work done is stored as potential energy:

कुल किया गया कार्य स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित होता है :

$$U = W_1 + W_2 = \frac{k\,q_1q_2}{r}$$ Hence Proved ✓

Potential energy of two charges in an external field
बाह्य क्षेत्र में दो आवेशों की स्थितिज ऊर्जा

Let the external potentials at A and B be V_A and V_B.

माना A और B पर बाह्य विभव क्रमशः V_A और V_B हैं।

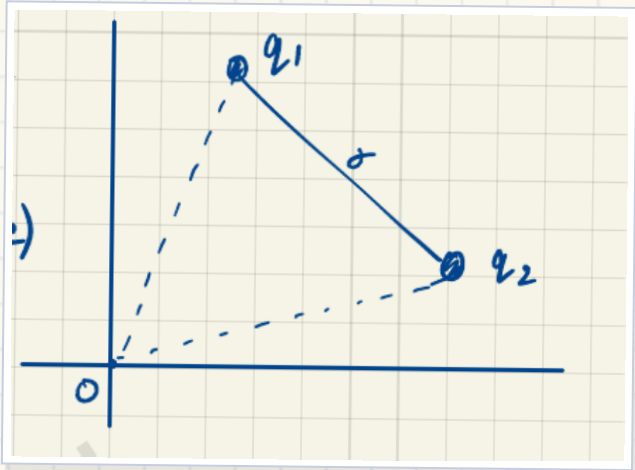
Work to place q_1 at A: $W_A = q_1V_A$ ...(1)

To place q_2 at B, work is done against the external field and against the field of q_1:

q_2 को B पर रखने में बाह्य क्षेत्र तथा q_1 के क्षेत्र, दोनों के विरुद्ध कार्य होता है :

$$W_B = q_2V_B + \frac{kq_1q_2}{r} \quad ...(2)$$

$$U = q_1V_A + q_2V_B + \frac{k\,q_1q_2}{r}$$ Hence Proved ✓



Capacitance of a parallel plate capacitor (without dielectric)
समांतर प्लेट संधारित्र की धारिता (परावैद्युत के बिना)

Plate area A, separation d, surface charge density $\pm\sigma$. The field outside the plates is zero; inside (by Gauss's law):

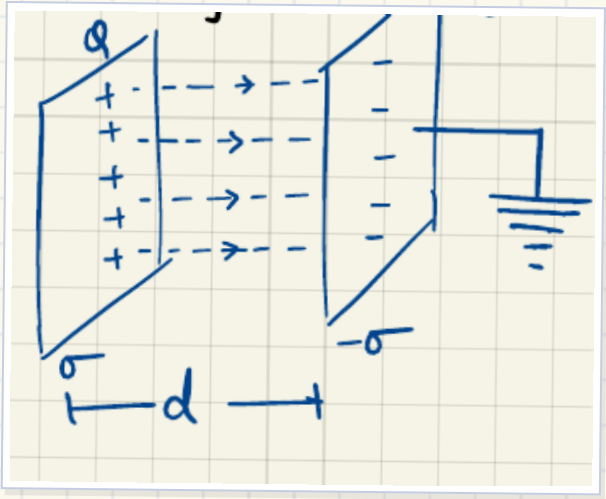
प्लेट का क्षेत्रफल A, दूरी d, पृष्ठ आवेश घनत्व $\pm\sigma$। प्लेटों के बाहर क्षेत्र शून्य; अंदर (गॉस नियम से) :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0} \qquad \left(\because \sigma = \frac{Q}{A}\right)$$

$$V = Ed = \frac{Qd}{A\varepsilon_0} \quad \dots (1)$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Qd/A\varepsilon_0}$$

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}}$$ Hence Proved ✓



Capacitance of a parallel plate capacitor (with dielectric)
समांतर प्लेट संधारित्र की धारिता (परावैद्युत सहित)

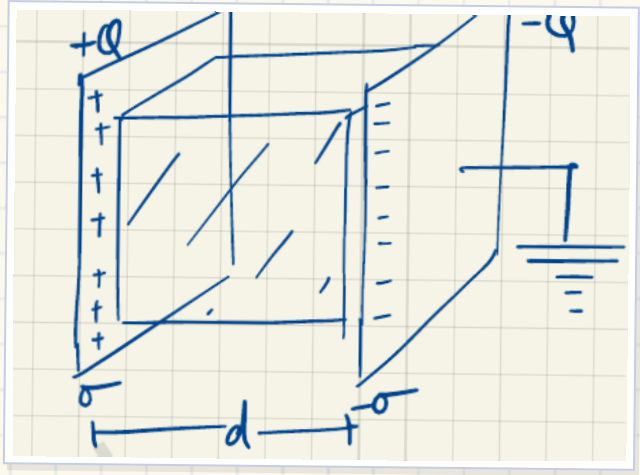
Now the gap is fully filled with a dielectric of dielectric constant K. The field reduces by K times:

अब प्लेटों के बीच की जगह K परावैद्युतांक वाले पदार्थ से पूरी भरी है। क्षेत्र K गुना घट जाता है :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 K} = \frac{Q}{A\varepsilon_0 K}, \qquad V = Ed = \frac{Qd}{A\varepsilon_0 K}$$

$$C' = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0 K A}{d}$$

$$\boxed{C' = KC}$$ Hence Proved ✓



Here C' = capacitance with dielectric, C = without dielectric, K = dielectric constant.

यहाँ C' = परावैद्युत सहित धारिता, C = परावैद्युत के बिना धारिता, K = परावैद्युतांक।

> ✎ Conclusion: inserting a dielectric increases the capacitance K times.
> निष्कर्ष : परावैद्युत डालने पर धारिता K गुना बढ़ जाती है।

Capacitors in parallel
संधारित्रों का समांतर संयोजन

In parallel, the potential difference V across every capacitor is the same, but the charge divides.

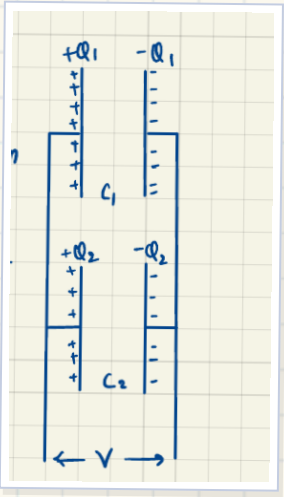
समांतर क्रम में हर संधारित्र पर विभवांतर V समान रहता है, पर आवेश बँट जाता है।

$$Q = Q_1 + Q_2 \Rightarrow CV = C_1V + C_2V \qquad (\because Q = CV)$$

$$\boxed{C = C_1 + C_2}$$ Hence Proved ✓

For n capacitors: $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$ (simple algebraic sum).

n संधारित्रों के लिए : $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$ (सीधा योग)।



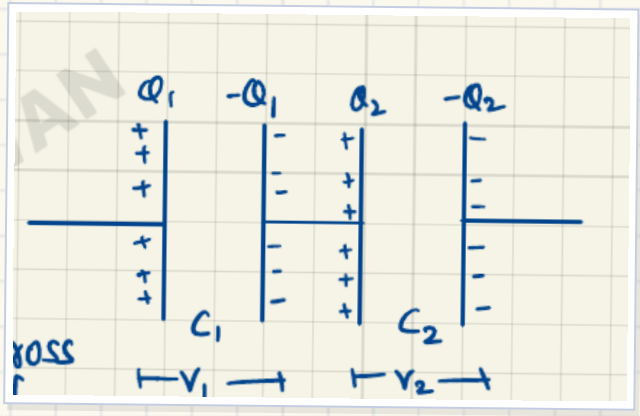
Capacitors in series
संधारित्रों का श्रेणी संयोजन

In series, each capacitor has the same charge Q, but the potential difference divides.

श्रेणी क्रम में हर संधारित्र पर आवेश Q समान रहता है, पर विभवांतर बँट जाता है।

$$V = V_1 + V_2 \Rightarrow \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$ Hence Proved ✓



For n capacitors: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$

n संधारित्रों के लिए : $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$

Energy stored in a capacitor and energy density
संधारित्र में संचित ऊर्जा और ऊर्जा घनत्व

Let a small charge dq be moved from the negative to the positive plate when the capacitor already has charge q and voltage v = q/C.

माना संधारित्र पर पहले से आवेश q और विभव v = q/C है, तब एक छोटा आवेश dq ऋण प्लेट से धन प्लेट पर ले जाया गया।

$$dW = v\,dq = \frac{q}{C}\,dq$$

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C}\,dq = \frac{1}{C}\left[\frac{q^2}{2}\right]_0^Q = \frac{Q^2}{2C}$$

This work is stored as potential energy. Using Q = CV :

यही कार्य स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित होता है। Q = CV लगाने पर :

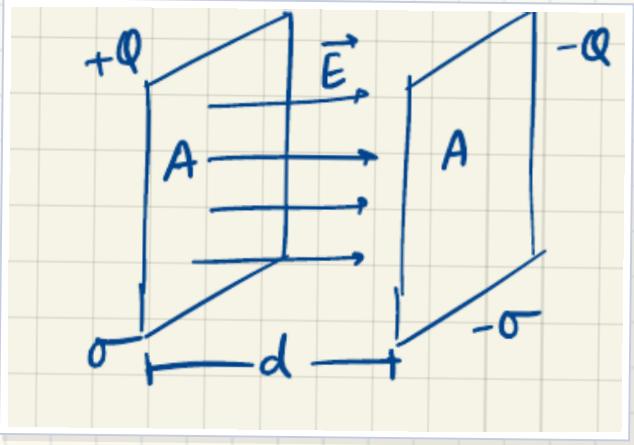
$$\boxed{U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV}$$ Hence Proved ✓

Energy density = energy per unit volume. Volume between plates = Ad.

ऊर्जा घनत्व = प्रति एकांक आयतन ऊर्जा। प्लेटों के बीच आयतन = Ad।

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{Ad} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\varepsilon_0 A}{d}\cdot\frac{(Ed)^2}{Ad} \qquad \left(C = \frac{\varepsilon_0 A}{d},\ V = Ed\right)$$

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$ Hence Proved ✓



With a medium of relative permittivity ε_r between the plates: $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2$.

> यदि प्लेटों के बीच ε_r आपेक्षिक परावैद्युतांक का माध्यम हो : $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2$।

Chapter 3

Current Electricity

अध्याय 3 : विद्युत धारा

Expression for drift velocity of electrons

इलेक्ट्रॉनों के अपवाह वेग का व्यंजक

Drift velocity is the average velocity with which free electrons drift (towards the positive terminal) when a field is applied.

अपवाह वेग वह औसत वेग है जिससे मुक्त इलेक्ट्रॉन विद्युत क्षेत्र लगाने पर (धन टर्मिनल की ओर) खिसकते हैं।

Without a field, electrons move randomly, so the average of their thermal velocities is zero:

क्षेत्र न होने पर इलेक्ट्रॉन अनियमित गति करते हैं, अतः उनके तापीय वेगों का औसत शून्य है :

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\vec{u}_i = 0 \quad \dots(1)$$

When a field $\vec{E}$ is applied, force on each electron is $\vec{F} = -e\vec{E}$, so its acceleration is:

क्षेत्र $\vec{E}$ लगाने पर हर इलेक्ट्रॉन पर बल $\vec{F} = -e\vec{E}$, अतः त्वरण :

$$\vec{a} = \frac{-e\vec{E}}{m} \quad \dots(2)$$

Let τ be the average relaxation time (average time between two successive collisions). Using $v = u + at$ and averaging:

माना τ औसत विश्रांति काल है (दो क्रमागत टक्करों के बीच का औसत समय)। $v = u + at$ का औसत लेने पर :

$$\vec{v}_d = (\vec{u})_{avg} + \vec{a}\,\tau = 0 + \left(\frac{-e\vec{E}}{m}\right)\tau$$

$$\boxed{\vec{v}_d = -\frac{e\vec{E}\,\tau}{m}}$$ Hence Proved ✓

Relation between current and drift velocity

धारा और अपवाह वेग में संबंध

Conductor of length l, cross-section area A, with n free electrons per unit volume.

l लंबाई, A अनुप्रस्थ क्षेत्रफल का चालक, जिसमें प्रति एकांक आयतन n मुक्त इलेक्ट्रॉन हैं।

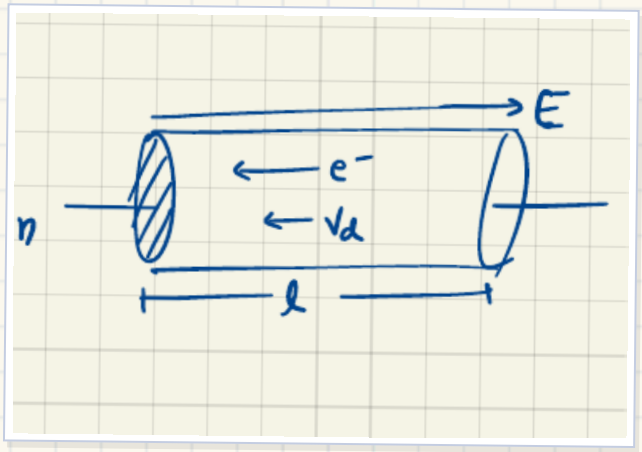
$$N = nAl, \qquad Q = Ne = nAle$$

Time taken by electrons to cross the length: $t = \frac{l}{v_d}$.

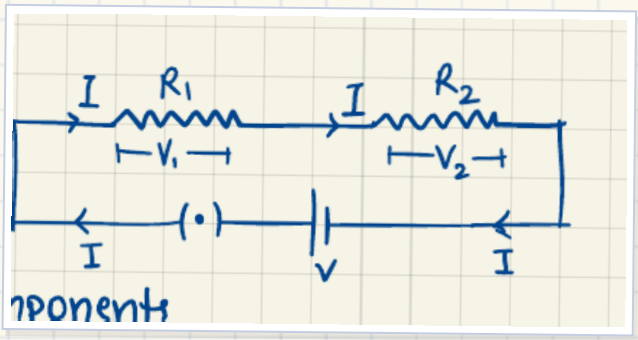
इलेक्ट्रॉनों द्वारा पूरी लंबाई पार करने में समय : $t = \frac{l}{v_d}$।

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{nAle}{l/v_d}$$

$$\boxed{I = neAv_d}$$ Hence Proved ✓



Resistors in series
प्रतिरोधों का श्रेणी संयोजन



In series, the current I is the same through each resistor, but voltage divides.

श्रेणी क्रम में हर प्रतिरोध में धारा I समान रहती है, पर विभवांतर बँट जाता है।

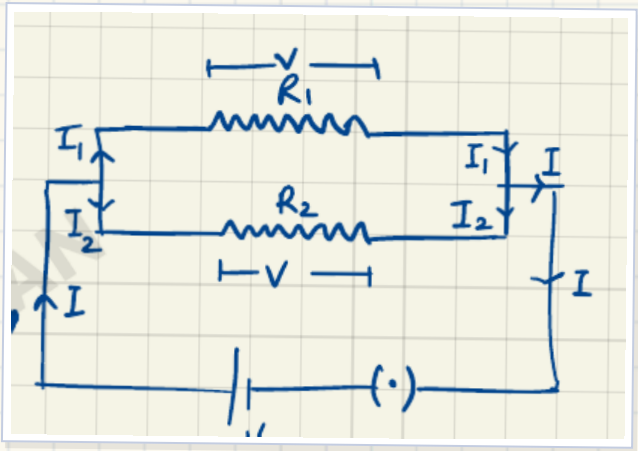
$$V = V_1 + V_2 \Rightarrow IR = IR_1 + IR_2 \quad \text{(Ohm's law)}$$

$$\boxed{R = R_1 + R_2}$$ Hence Proved ✓

For n resistors: $R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$.

n प्रतिरोधों के लिए : $R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$।

Resistors in parallel
प्रतिरोधों का समांतर संयोजन



In parallel, the voltage V is the same across each resistor, but current divides.

समांतर क्रम में हर प्रतिरोध पर विभवांतर V समान रहता है, पर धारा बँट जाती है।

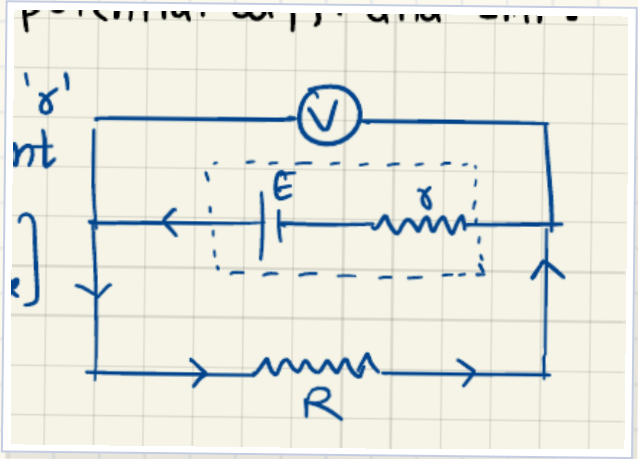
$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow \frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$$

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$ Hence Proved ✓

For n resistors: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$.

n प्रतिरोधों के लिए : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$।

Relation between EMF, terminal voltage and internal resistance
विद्युत वाहक बल, टर्मिनल विभवांतर और आंतरिक प्रतिरोध में संबंध



A cell of emf ε and internal resistance r is connected to an external resistance R.

ε वि.वा. बल और r आंतरिक प्रतिरोध वाला सेल बाह्य प्रतिरोध R से जुड़ा है।

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \quad \cdots(1) \qquad \left[I = \frac{\text{total emf}}{\text{total resistance}}\right]$$

Terminal voltage: $V = IR \quad \cdots(2)$

From (1): $IR + Ir = \varepsilon$. Using (2):

(1) से : $IR + Ir = \varepsilon$। (2) लगाने पर :

$$\boxed{V = \varepsilon - Ir}$$ Hence Proved ✓

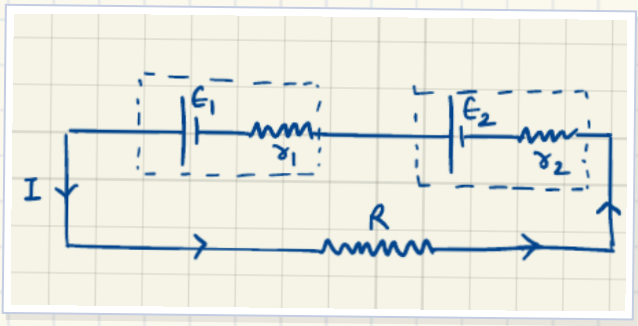
This holds while the cell is discharging ($V < \varepsilon$). While charging, $V = \varepsilon + Ir$ ($V > \varepsilon$).

यह सेल के निरावेशन (discharging) के समय ($V < \varepsilon$)। आवेशन (charging) के समय $V = \varepsilon + Ir$ ($V > \varepsilon$)।

Cells in series
सेलों का श्रेणी संयोजन

Two cells with emfs $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ and internal resistances r_1, r_2 are in series; the same current I flows through both.

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ वि.वा. बल और r_1, r_2 आंतरिक प्रतिरोध वाले दो सेल श्रेणी में हैं; दोनों में धारा I समान है।



$$V_1 = \varepsilon_1 - Ir_1, \qquad V_2 = \varepsilon_2 - Ir_2$$

$$V_{eq} = V_1 + V_2 = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - I(r_1 + r_2) \quad \dots (1)$$

Comparing with $V_{eq} = \varepsilon_{eq} - Ir_{eq}$:

$V_{eq} = \varepsilon_{eq} - Ir_{eq}$ से तुलना करने पर :

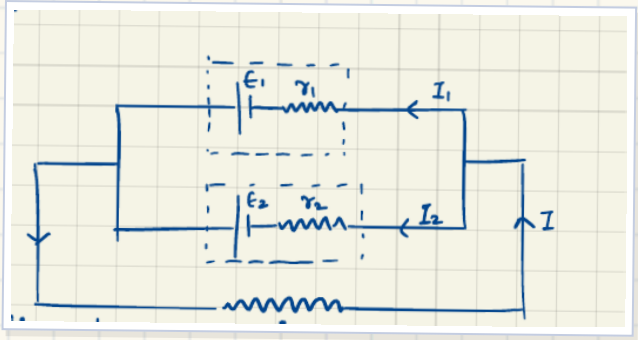
$$\varepsilon_{eq} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \qquad r_{eq} = r_1 + r_2$$

Hence Proved ✓

Cells in parallel
सेलों का समांतर संयोजन

In parallel, the voltage V across both cells is the same, but the current divides. From $V = \varepsilon - Ir$, we get $I = \dfrac{\varepsilon - V}{r}$.

समांतर क्रम में दोनों सेलों पर विभवांतर V समान, पर धारा बँटती है।



$V = \varepsilon - Ir$ से $I = \dfrac{\varepsilon - V}{r}$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{\varepsilon_1 - V}{r_1} + \frac{\varepsilon_2 - V}{r_2}$$

$$I = \left(\frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2}\right) - V\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

$$V\left(\frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2}\right) = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 r_2} - I$$

$$V = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} - I\left(\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}\right)$$

Comparing with $V = \varepsilon_{eq} - Ir_{eq}$:

$V = \varepsilon_{eq} - Ir_{eq}$ से तुलना करने पर :

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2}, \qquad r_{eq} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$$

Hence Proved ✓

Simple form: $\dfrac{\varepsilon_{eq}}{r_{eq}} = \dfrac{\varepsilon_1}{r_1} + \dfrac{\varepsilon_2}{r_2}$ and $\dfrac{1}{r_{eq}} = \dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2}$.

सरल रूप : $\dfrac{\varepsilon_{eq}}{r_{eq}} = \dfrac{\varepsilon_1}{r_1} + \dfrac{\varepsilon_2}{r_2}$ तथा $\dfrac{1}{r_{eq}} = \dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2}$।

Wheatstone bridge (balance condition)
व्हीटस्टोन सेतु (संतुलन की शर्त)

A Wheatstone bridge is an arrangement of four resistances used to find one unknown resistance in terms of the other three.

व्हीटस्टोन सेतु चार प्रतिरोधों की व्यवस्था है, जिससे तीन ज्ञात प्रतिरोधों की सहायता से एक अज्ञात प्रतिरोध ज्ञात किया जाता है।

For a balanced bridge, $V_B = V_D$, so no current flows through the galvanometer ($I_g = 0$).

संतुलित सेतु में $V_B = V_D$, इसलिए गैल्वेनोमीटर में धारा शून्य ($I_g = 0$) होती है।

Applying Kirchhoff's loop rule to loop ABDA:

लूप ABDA पर किरचॉफ़ का लूप नियम लगाने पर :

$$I_2R - I_1P = 0 \Rightarrow I_1P = I_2R \quad \dots(1)$$

Applying it to loop BCDB:

लूप BCDB पर लगाने पर :

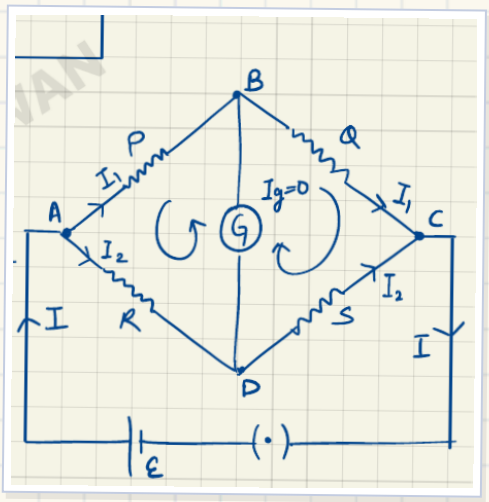
$$I_1Q - I_2S = 0 \Rightarrow I_1Q = I_2S \quad \dots(2)$$

Dividing (1) by (2):

(1) को (2) से भाग देने पर :

$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$$

Hence Proved ✓



Meter bridge — finding unknown resistance

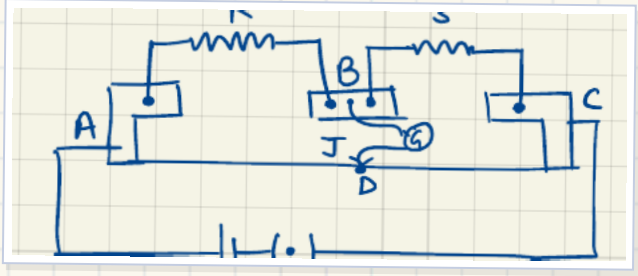
मीटर सेतु — अज्ञात प्रतिरोध ज्ञात करना

Principle: Wheatstone bridge. R = unknown resistance, S = known resistance, AC = 100 cm uniform wire.

सिद्धांत : व्हीटस्टोन सेतु। R = अज्ञात प्रतिरोध, S = ज्ञात प्रतिरोध, AC = 100 cm लंबा एकसमान तार।

Slide the jockey J along AC to find the null point D (galvanometer reads zero). Let AD = l cm.

जॉकी J को AC पर खिसकाकर शून्य-विक्षेप बिंदु D (गैल्वेनोमीटर में शून्य) प्राप्त करें। माना AD = l cm।



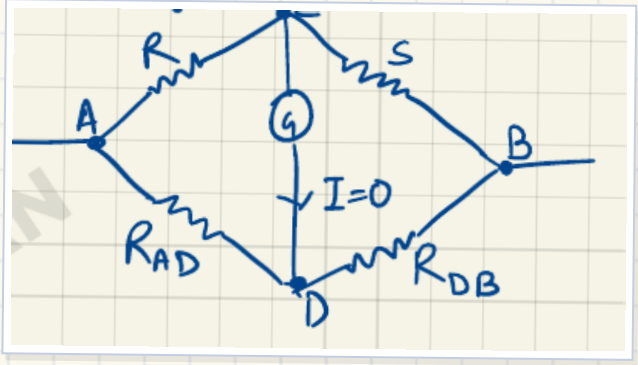
Resistance of wire ∝ length: $R_{AD} = xl$, $R_{DC} = x(100 - l)$, where x = resistance per cm.

तार का प्रतिरोध लंबाई के समानुपाती : $R_{AD} = xl$, $R_{DC} = x(100 - l)$, जहाँ x = प्रति cm प्रतिरोध।

$$\frac{R}{S} = \frac{R_{AD}}{R_{DC}} = \frac{xl}{x(100 - l)}$$

$$R = \frac{Sl}{100 - l}$$

Hence Proved ✓



Chapter 4

Moving Charges and Magnetism

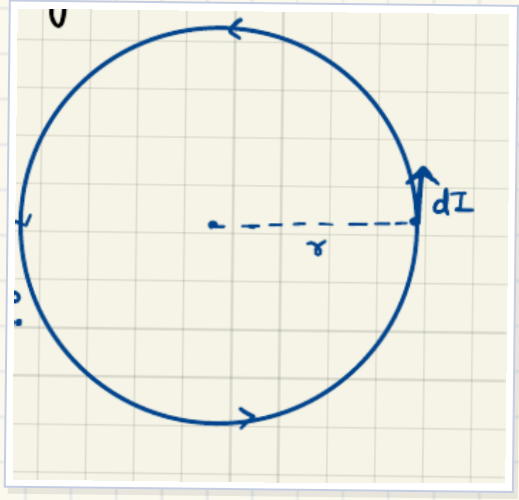
अध्याय 4 : गतिमान आवेश और चुंबकत्व

Magnetic field at the centre of a circular current loop

धारावाही वृत्ताकार लूप के केंद्र पर चुंबकीय क्षेत्र

A circular loop of radius r carries current I. Take a small current element $d\vec{l}$ on it; the angle between $d\vec{l}$ and $\vec{r}$ is 90°.

r त्रिज्या के वृत्ताकार लूप में धारा I है। इस पर एक छोटा धारा-अवयव $d\vec{l}$ लें; $d\vec{l}$ और $\vec{r}$ के बीच कोण 90° है।



By the Biot–Savart law:

बायो-सावर्ट नियम से :

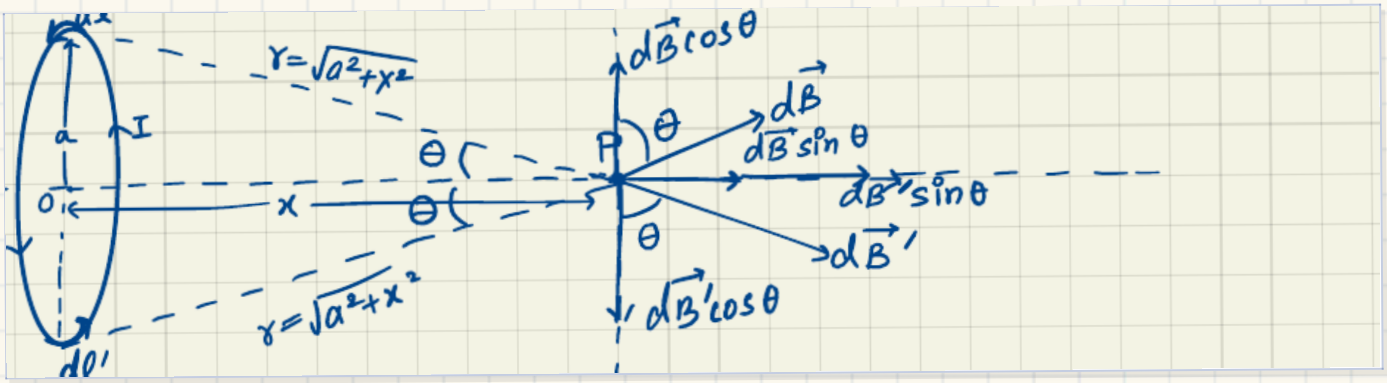
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\sin 90^\circ}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl}{r^2}$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\oint dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\times 2\pi r \qquad \left(\oint dl = \text{circumference}\right)$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2r}}$$ Hence Proved ✓

Magnetic field on the axis of a circular current loop

धारावाही वृत्ताकार लूप की अक्ष पर चुंबकीय क्षेत्र



Loop of radius a carries current I. Point P is on the axis at distance x from the centre. Distance of P from any element = $r = \sqrt{a^2+x^2}$, and $d\vec{l} \perp \vec{r}$.

a त्रिज्या के लूप में धारा I है। बिंदु P अक्ष पर केंद्र से x दूरी पर है। किसी भी अवयव से P की दूरी = $r = \sqrt{a^2+x^2}$, और $d\vec{l} \perp \vec{r}$।

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\sin 90^\circ}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl}{a^2+x^2}$$

Resolve dB into dB cos θ (perpendicular to axis) and dB sin θ (along axis). For diametrically opposite elements, the cos θ components cancel; only the sin θ components add up.

dB को dB cos θ (अक्ष के लंबवत) और dB sin θ (अक्ष के अनुदिश) घटकों में तोड़ें। व्यासतः विपरीत अवयवों के cos θ घटक एक-दूसरे को निरस्त कर देते हैं; केवल sin θ घटक जुड़ते हैं।

$$B = \int dB\sin\theta, \qquad \sin\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi(a^2+x^2)}\cdot\frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}}\oint dl = \frac{\mu_0 I a}{4\pi(a^2+x^2)^{3/2}}\times 2\pi a$$

$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}}$$ Hence Proved ✓

If $x \gg a$, a^2 is negligible: $B = \frac{\mu_0 I a^2}{2x^3}$. At the centre ($x = 0$): $B = \frac{\mu_0 I}{2a}$.

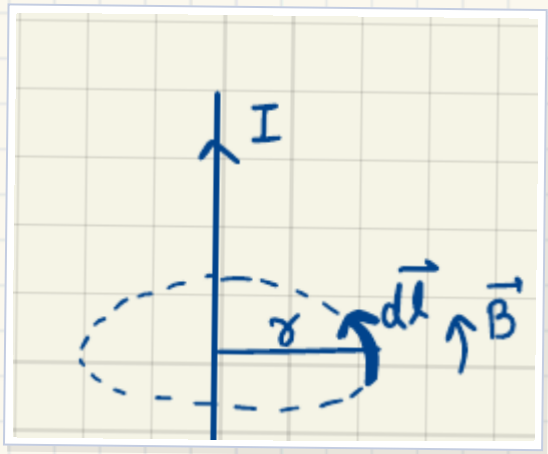
यदि $x \gg a$ हो, तो a^2 नगण्य है : $B = \frac{\mu_0 I a^2}{2x^3}$। केंद्र पर ($x = 0$) : $B = \frac{\mu_0 I}{2a}$।

Ampere's circuital law
ऐम्पियर का परिपथीय नियम

The line integral of the magnetic field around any closed loop is μ_0 times the total current threading the loop.

किसी बंद लूप के परितः चुंबकीय क्षेत्र का रेखीय समाकल, लूप से गुज़रने वाली कुल धारा का μ_0 गुना होता है।

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



Proof: Take a long straight wire carrying current I, and a circular Amperian loop of radius r around it. $\vec{B}$ and $d\vec{l}$ are along the same direction ($\theta = 0°$), and $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$.

प्रमाण: धारा I वाला लंबा सीधा तार लें और उसके चारों ओर r त्रिज्या का वृत्ताकार ऐम्पियर लूप। $\vec{B}$ और $d\vec{l}$ एक ही दिशा में हैं ($\theta = 0°$), तथा $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$।

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B\, dl \cos 0° = B \oint dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \times 2\pi r$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$ Hence Proved ✓

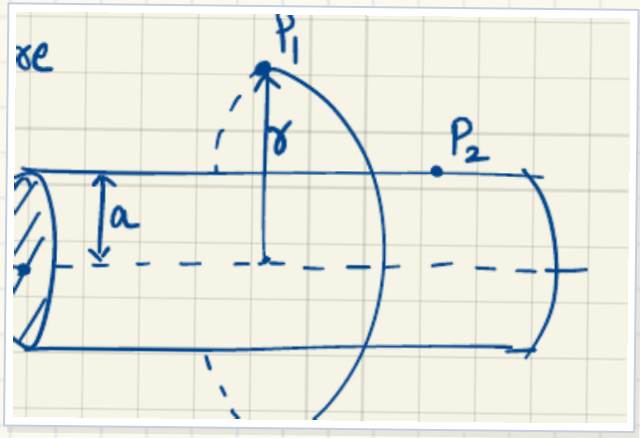
Applications: field of an infinitely long straight wire, solenoid and toroid.

उपयोग : अनंत लंबे सीधे तार, परिनालिका (solenoid) और टोरॉइड का चुंबकीय क्षेत्र।

Field due to an infinitely long straight current-carrying wire
अनंत लंबे सीधे धारावाही तार के कारण चुंबकीय क्षेत्र

A long straight wire of radius a carries a steady current I, uniformly spread over its cross-section. Find B at distance r from its axis. Three cases:

a त्रिज्या के लंबे सीधे तार में स्थिर धारा I पूरे अनुप्रस्थ काट पर समान रूप से फैली है। अक्ष से r दूरी पर B ज्ञात करना है। तीन स्थितियाँ :



Case I: $r > a$ (outside, point P_1). Take a circular Amperian loop of radius r:

स्थिति I: $r > a$ (तार के बाहर, बिंदु P_1)। r त्रिज्या का वृत्ताकार ऐम्पियर लूप लें :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad \left(B \propto \frac{I}{r}\right)$$

Case II: $r = a$ **(on the surface, P_2).** Same as above with $r = a$:

स्थिति II: $r = a$ **(सतह पर, P_2)।** ऊपर वाले में $r = a$ रखने पर :

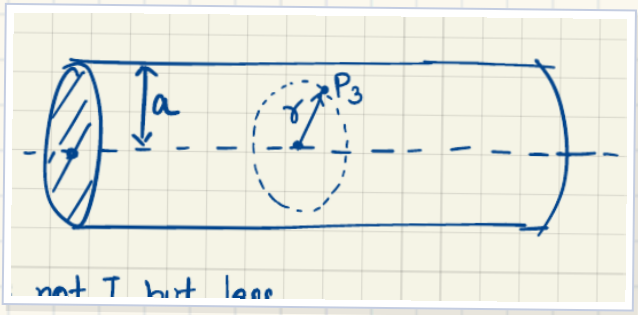
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

Case III: $r < a$ **(inside, P_3).** The enclosed current is only part of I. Current is uniform, so:

स्थिति III: $r < a$ **(तार के अंदर, P_3)।** लूप के अंदर कुल धारा का केवल कुछ भाग है। धारा एकसमान है, अतः :

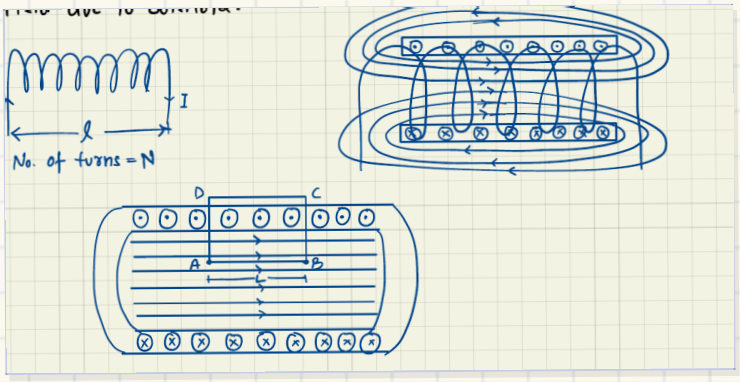
$$I_e = \frac{I}{\pi a^2} \times \pi r^2 = \frac{I r^2}{a^2}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 \frac{I r^2}{a^2}$$



$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2} \qquad (B \propto r)$$

Magnetic field due to a long solenoid
लंबी परिनालिका (solenoid) के कारण चुंबकीय क्षेत्र



A solenoid has n turns per unit length and carries current I. The field inside is uniform and strong; outside it is almost zero. Take a rectangular Amperian loop ABCD (AB of length L inside).

परिनालिका में प्रति एकांक लंबाई n फेरे हैं और धारा I है। अंदर क्षेत्र एकसमान और प्रबल है; बाहर लगभग शून्य। आयताकार ऐम्पियर लूप ABCD लें (AB, लंबाई L, अंदर है)।

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{AB} + \int_{BC} + \int_{CD} + \int_{DA}$$

$\int_{CD} = 0$ ($B = 0$ outside); $\int_{BC} = \int_{DA} = 0$ (since $\vec{B} \perp d\vec{l}$).

$\int_{CD} = 0$ (बाहर $B = 0$); $\int_{BC} = \int_{DA} = 0$ (क्योंकि $\vec{B} \perp d\vec{l}$)।

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{AB} B\, dl \cos 0^\circ = BL \quad \ldots (I)$$

Current enclosed by the loop $= NI = (nL)I$. By Ampere's law:

लूप द्वारा घिरी धारा $= NI = (nL)I$। ऐम्पियर के नियम से :

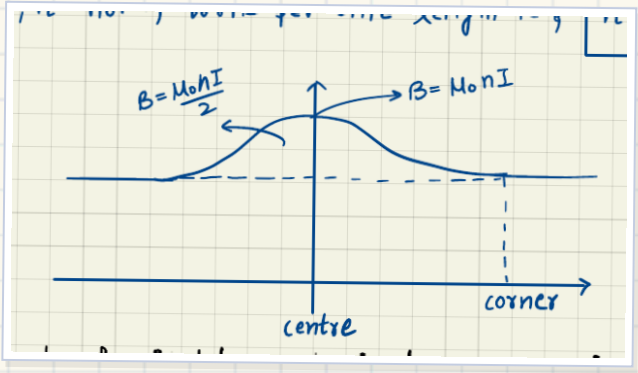
$$BL = \mu_0 nLI$$

$$B = \mu_0 nI \qquad \left(n = \frac{N}{L}\right)$$

Hence Proved ✓

At the ends of the solenoid, the field is half: $B = \frac{\mu_0 n I}{2}$.

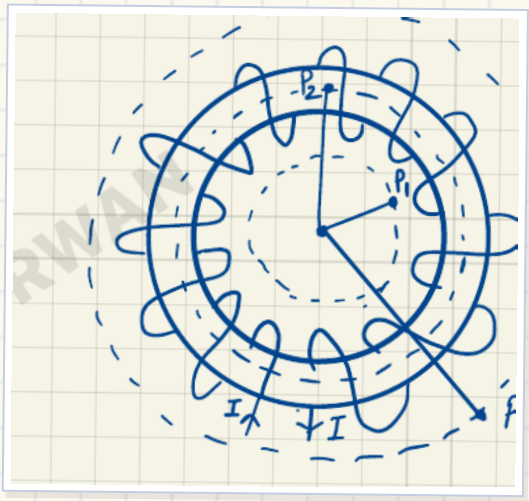
परिनालिका के सिरों पर क्षेत्र आधा होता है : $B = \frac{\mu_0 n I}{2}$।



Magnetic field of a toroid
टोरॉइड का चुंबकीय क्षेत्र

A toroid has N turns carrying current I. Consider three circular Amperian loops:

टोरॉइड में N फेरे हैं और धारा I है। तीन वृत्ताकार ऐम्पियर लूप लें :



Case I — inside the open space (P_1): no current is enclosed, $I_{in} = 0$, so $B = 0$.

स्थिति I — अंदर के खाली भाग में (P_1): कोई धारा नहीं घिरी, $I_{in} = 0$, अतः $B = 0$।

Case II — within the turns (P_2), loop radius r: current enclosed = NI.

स्थिति II — फेरों के बीच (P_2), लूप त्रिज्या r: घिरी धारा = NI।

$$\oint B\,dl\cos 0^\circ = \mu_0 N I \;\Rightarrow\; B(2\pi r) = \mu_0 N I$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} = \mu_0 n I \qquad \left(n = \frac{N}{2\pi r}\right)$$

Hence Proved ✓

Case III — outside the toroid (P_3): each turn crosses the loop twice (in and out), so net current is zero: $B = 0$.

स्थिति III — टोरॉइड के बाहर (P_3): हर फेरा लूप को दो बार (अंदर और बाहर) काटता है, अतः कुल धारा शून्य : $B = 0$।

Force on a current-carrying conductor in a magnetic field
चुंबकीय क्षेत्र में धारावाही चालक पर बल

A conductor of length l, area A carries current I at angle θ to field $\vec{B}$. Number density of electrons = n, so total electrons = nAl.

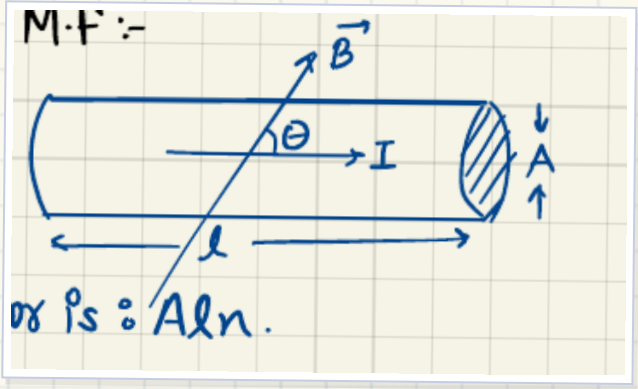
l लंबाई, A क्षेत्रफल के चालक में धारा I है, जो क्षेत्र $\vec{B}$ से θ कोण पर है। इलेक्ट्रॉन संख्या घनत्व = n, अतः कुल इलेक्ट्रॉन = nAl।

$$f = ev_d B\sin\theta \quad \text{(force on one electron)}$$

$$F = (nAl)(ev_d B\sin\theta) = (neAv_d)lB\sin\theta$$

$$F = IlB\sin\theta \qquad (\because I = neAv_d)$$

Hence Proved ✓



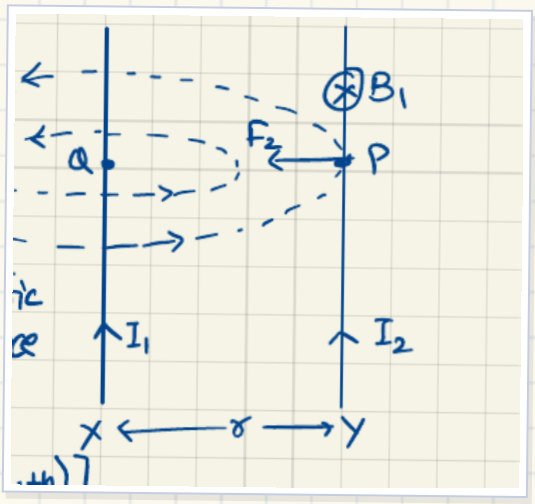
Direction is given by Fleming's left-hand rule.

दिशा फ्लेमिंग के बाएँ हाथ के नियम से ज्ञात होती है।

Force between two parallel current-carrying wires
दो समांतर धारावाही तारों के बीच बल

Two infinitely long parallel wires X and Y carry currents I_1 and I_2 in the same direction, separated by r.

दो अनंत लंबे समांतर तार X और Y, जिनमें एक ही दिशा में धाराएँ I_1 और I_2 हैं, r दूरी पर हैं।



Field at Y due to I_1:

I_1 के कारण Y पर क्षेत्र :

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \quad \dots (1)$$

Force on unit length ($l = 1$) of Y:

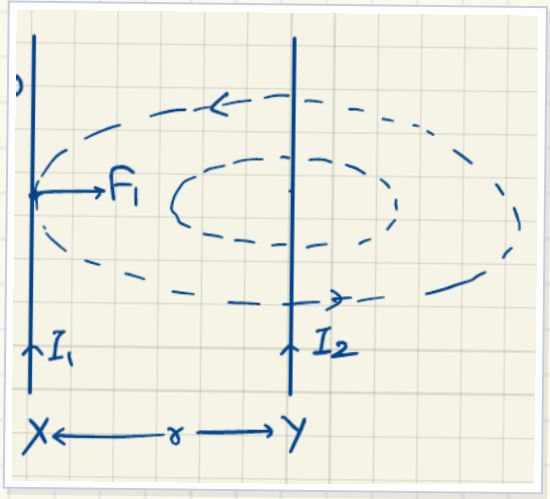
Y की एकांक लंबाई ($l = 1$) पर बल :

$$F_2 = I_2(1)B_1 \sin 90^\circ = B_1 I_2$$

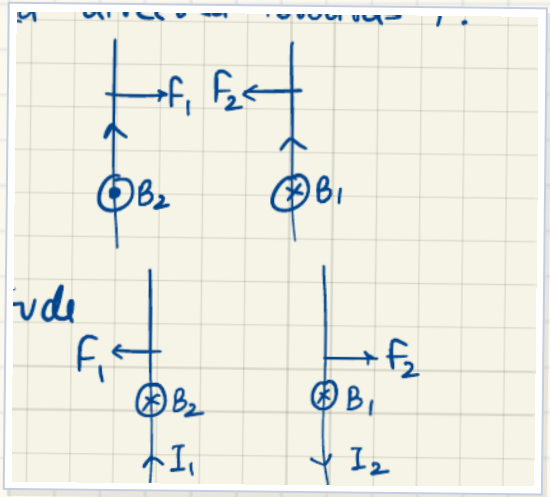
$$\boxed{F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}}$$

Similarly, the field at X due to I_2 is $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$, and force per unit length on X:

इसी प्रकार, I_2 के कारण X पर क्षेत्र $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$ और X की एकांक लंबाई पर बल :



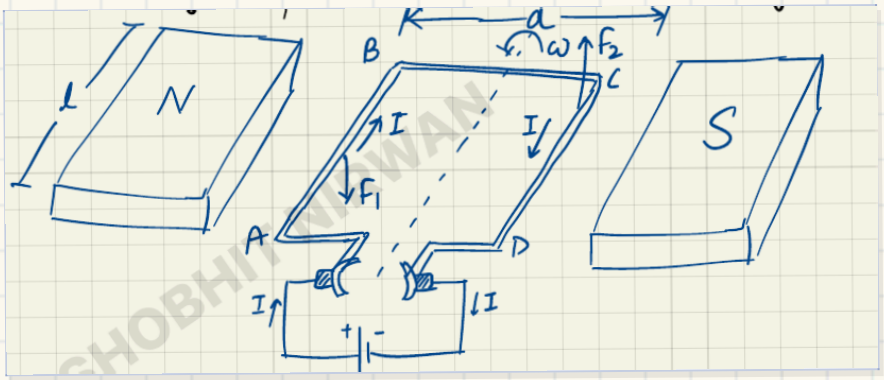
$$\boxed{F_1 = F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}}$$ Hence Proved ✓



Same direction of currents → attraction; opposite directions → repulsion (same magnitude).

धाराएँ एक ही दिशा में → आकर्षण; विपरीत दिशा में → प्रतिकर्षण (परिमाण वही)।

Torque on a rectangular current loop in a uniform magnetic field
एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में आयताकार धारा लूप पर बल-आघूर्ण



A rectangular coil ABCD (sides l and b) carrying current I is placed in uniform field $\vec{B}$. The net force on it is zero, but it experiences a torque.

धारा I वाली आयताकार कुंडली ABCD (भुजाएँ l और b) एकसमान क्षेत्र $\vec{B}$ में रखी है। इस पर कुल बल शून्य होता है, पर बल-आघूर्ण लगता है।

Arms AD and BC (in the plane of the field) experience no force, since $\vec{B}$ is parallel/anti-parallel to I there.

भुजाओं AD और BC पर कोई बल नहीं, क्योंकि वहाँ $\vec{B}$ धारा के समांतर/प्रति-समांतर है।

Arms AB and CD are perpendicular to $\vec{B}$. Each experiences force $F = IlB$, in opposite directions — forming a couple.

भुजाएँ AB और CD, $\vec{B}$ के लंबवत हैं। प्रत्येक पर बल $F = IlB$ विपरीत दिशाओं में है — ये एक बल-युग्म बनाते हैं।

$$F_1 = F_2 = IlB \sin 90^\circ = IlB$$

If the normal to the coil makes angle θ with $\vec{B}$, the perpendicular distance between the two forces is $b \sin\theta$:

यदि कुंडली का अभिलंब $\vec{B}$ से θ कोण बनाता है, तो दोनों बलों के बीच लंबवत दूरी $b \sin\theta$ है :

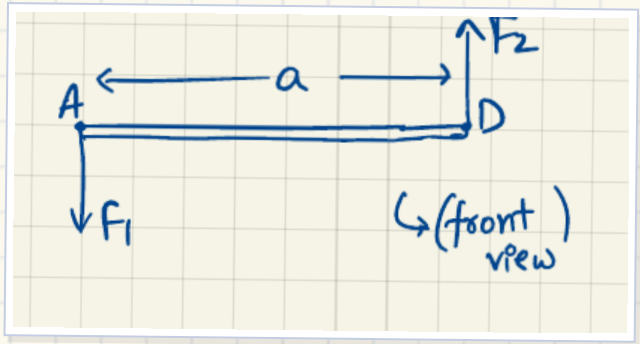
$$\tau = F \times b \sin\theta = IlB\, b \sin\theta = IAB \sin\theta \qquad (A = lb)$$

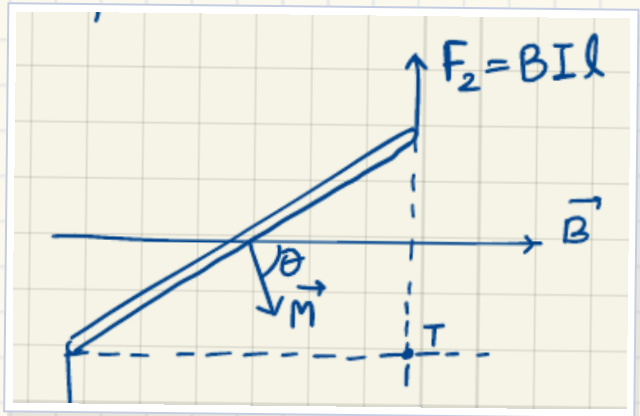
With magnetic moment $m = IA$ (and $m = NIA$ for N turns):

चुंबकीय आघूर्ण $m = IA$ (तथा N फेरों के लिए $m = NIA$) लेने पर :

$$\tau = NIAB \sin\theta = mB \sin\theta, \qquad \vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$$

Hence Proved ✓





Conversion of a galvanometer into an ammeter
गैल्वेनोमीटर को ऐमीटर में बदलना

Connect a small resistance S (shunt) in parallel with the galvanometer. I_g = full-scale current of galvanometer, I = range of ammeter, R_g = galvanometer resistance.

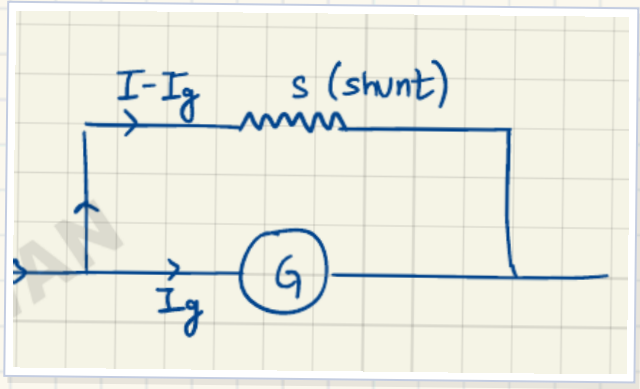
गैल्वेनोमीटर के समांतर क्रम में एक छोटा प्रतिरोध S (शंट) जोड़ें। I_g = गैल्वेनोमीटर की अधिकतम धारा, I = ऐमीटर की परास, R_g = गैल्वेनोमीटर का प्रतिरोध।

S and G are in parallel, so the voltage across them is equal:

S और G समांतर में हैं, अतः उन पर विभवांतर समान है :

$$S(I - I_g) = I_g R_g$$

$$S = \frac{I_g R_g}{I - I_g}$$ Hence Proved ✓



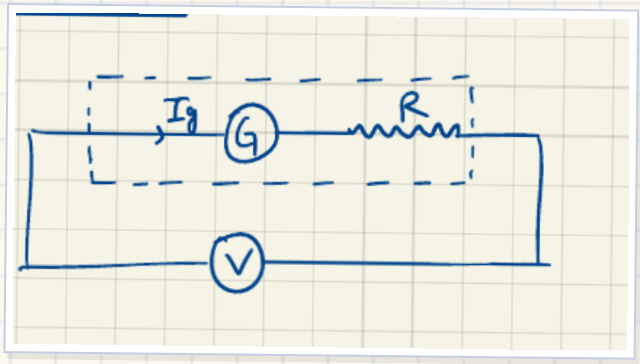
Conversion of a galvanometer into a voltmeter
गैल्वेनोमीटर को वोल्टमीटर में बदलना

Connect a high resistance R in series with the galvanometer. V = range of voltmeter.

गैल्वेनोमीटर के श्रेणी क्रम में एक उच्च प्रतिरोध R जोड़ें। V = वोल्टमीटर की परास।

Total resistance = $R + R_g$, $V = I_g(R + R_g)$

$$R = \frac{V}{I_g} - R_g$$ Hence Proved ✓



Chapter 6

Electromagnetic Induction

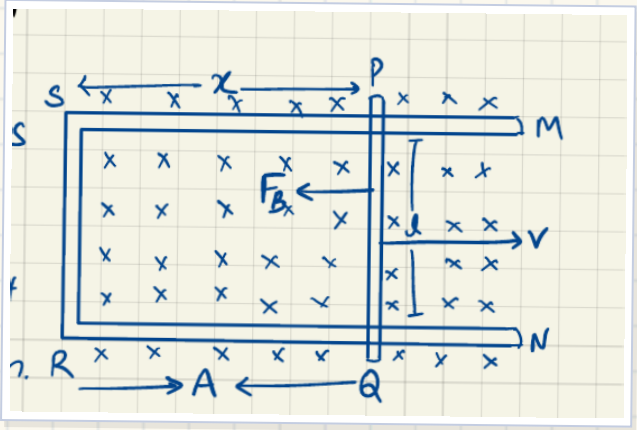
अध्याय 6 : वैद्युतचुंबकीय प्रेरण

Motional EMF

गतिक विद्युत वाहक बल (Motional EMF)

A rectangular loop PQRS lies in a uniform field $\vec{B}$ (into the page). The rod PQ of length l is free to move and is pulled to the right with constant velocity v (no friction).

एकसमान क्षेत्र $\vec{B}$ (पृष्ठ के अंदर) में आयताकार लूप PQRS है। l लंबाई की छड़ PQ स्वतंत्र रूप से खिसक सकती है और इसे स्थिर वेग v से दाईं ओर खींचा जाता है (घर्षण नहीं)।



When PQ moves a distance x, the area of the loop becomes $A = lx$, so the flux linked increases and an emf is induced.

जब PQ, x दूरी खिसकती है तो लूप का क्षेत्रफल $A = lx$ हो जाता है, अतः फ्लक्स बढ़ता है और वि.वा. बल प्रेरित होता है।

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA\cos 0^\circ = Blx \quad \cdots (1)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Blx) = -Bl\frac{dx}{dt}$$

$$\boxed{\varepsilon = -Blv \qquad \left(\because \frac{dx}{dt} = v\right)}$$ Hence Proved ✓

Magnitude $|\varepsilon| = Blv$. If the loop resistance is R, current $I = \frac{Blv}{R}$, and the force on the rod:

परिमाण $|\varepsilon| = Blv$। लूप का प्रतिरोध R हो तो धारा $I = \frac{Blv}{R}$, और छड़ पर बल :

$$F = BIl\sin 90^\circ = B\left(\frac{Blv}{R}\right)l$$

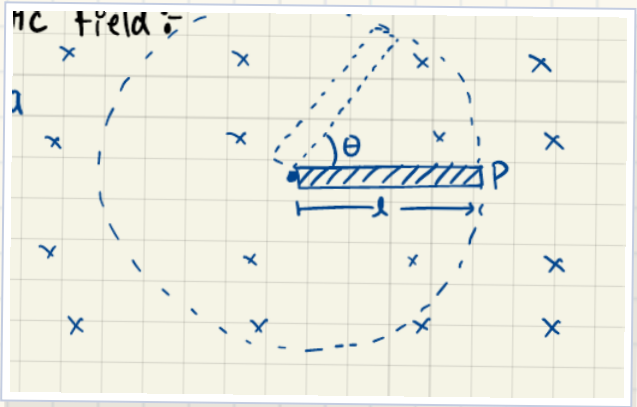
$$\boxed{F = \frac{B^2l^2v}{R}}$$

EMF induced in a rod rotating in a magnetic field

चुंबकीय क्षेत्र में घूमती छड़ में प्रेरित वि.वा. बल

A metal rod of length l rotates about one end in a uniform field B with angular velocity ω.

l लंबाई की धातु की छड़ एकसमान क्षेत्र B में एक सिरे के परितः कोणीय वेग ω से घूम रही है।



In one full rotation (2π) the area swept is πl^2, so for angle θ (unitary method):

एक पूरे चक्कर (2π) में छड़ πl^2 क्षेत्रफल घेरती है, अतः θ कोण के लिए (ऐकिक नियम से) :

$$A = \frac{\pi l^2}{2\pi}\theta = \frac{l^2\theta}{2}, \qquad \phi = BA = \frac{Bl^2\theta}{2}$$

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{Bl^2}{2}\frac{d\theta}{dt}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}B\omega l^2 \qquad \left(\omega = \frac{d\theta}{dt}\right)$$

Hence Proved ✓

Self-inductance of a long solenoid
लंबी परिनालिका का स्व-प्रेरकत्व

A solenoid has N turns, length l, cross-section area A, and current I. Field inside: $B = \frac{\mu_0 N I}{l}$.

परिनालिका में N फेरे, लंबाई l, अनुप्रस्थ क्षेत्रफल A और धारा I है। अंदर क्षेत्र : $B = \frac{\mu_0 N I}{l}$।

$$\text{Flux per turn} = BA = \frac{\mu_0 N I}{l} A$$

$$\text{Total flux } \phi = N \times \frac{\mu_0 N I A}{l} = \frac{\mu_0 N^2 I A}{l} \quad \ldots (1)$$

Also, by definition, $\phi = LI$ ... (2). Comparing (1) and (2):

परिभाषा से $\phi = LI$ ... (2)। (1) और (2) की तुलना से :

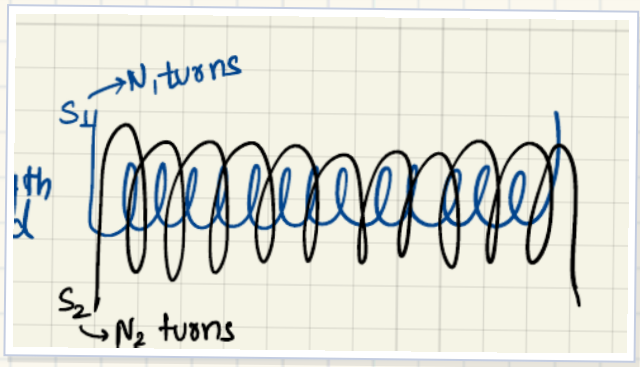
$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

Hence Proved ✓

Mutual inductance of two long coaxial solenoids
दो लंबी समाक्ष परिनालिकाओं का अन्योन्य प्रेरकत्व

Two long solenoids S_1 and S_2, each of length l, have N_1 and N_2 turns. S_2 is wound closely over S_1, so both have the same cross-section area A. Current I_1 flows in S_1.

दो लंबी परिनालिकाएँ S_1 और S_2, प्रत्येक की लंबाई l, में N_1 और N_2 फेरे हैं। S_2 को S_1 पर कसकर लपेटा गया है, इसलिए दोनों का अनुप्रस्थ क्षेत्रफल A समान है। S_1 में धारा I_1 है।



$$B_1 = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{l} \quad \ldots (1)$$

Flux linked with S_2 (all N_2 turns):

S_2 (सभी N_2 फेरों) से संबद्ध फ्लक्स :

$$\phi_2 = B_1 A N_2 = \frac{\mu_0 N_1 N_2 I_1 A}{l} \quad \ldots (2)$$

But $\phi_2 = MI_1$, where M is the coefficient of mutual inductance. Comparing:

परंतु $\phi_2 = MI_1$, जहाँ M अन्योन्य प्रेरकत्व गुणांक है। तुलना करने पर :

$$M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{l}$$

Hence Proved ✓

If the core has a magnetic material of permeability μ: $M = \frac{\mu N_1 N_2 A}{l}$.

यदि क्रोड में μ पारगम्यता का चुंबकीय पदार्थ हो : $M = \frac{\mu N_1 N_2 A}{l}$।

Chapter 7

Alternating Current

अध्याय 7 : प्रत्यावर्ती धारा

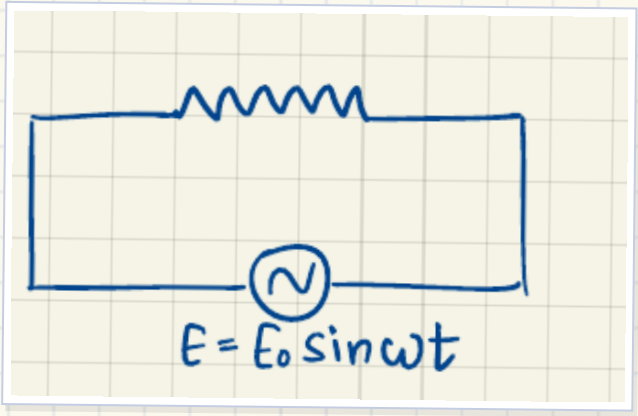
AC voltage applied to a resistor
प्रतिरोध पर AC वोल्टता

A resistor R is connected to an alternating emf $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin\omega t$ ... (1).

प्रतिरोध R प्रत्यावर्ती वि.वा. बल $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin\omega t$ ... (1) से जुड़ा है।

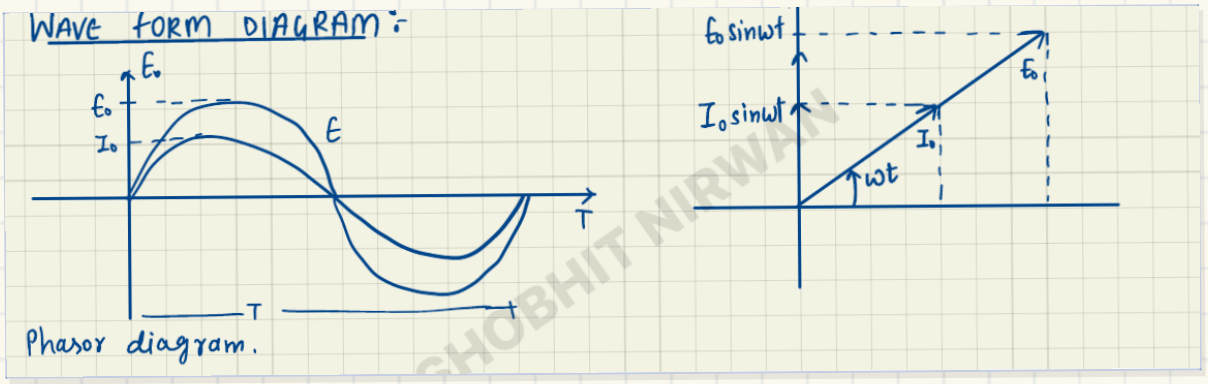
$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon_0}{R}\sin\omega t$$

$$I = I_0 \sin\omega t \qquad \left(I_0 = \frac{\varepsilon_0}{R}\right)$$ Hence Proved ✓



Comparing with (1): current and emf are **in the same phase** (phase difference = 0).

(1) से तुलना करने पर : धारा और वि.वा. बल **समान कला** में हैं (कलांतर = 0)।



AC voltage applied to an inductor
प्रेरक पर AC वोल्टता

An inductor L is connected to $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin\omega t$. The induced emf $e = -L\frac{dI}{dt}$ opposes the applied emf (Lenz's law), so $\varepsilon = -e$:

प्रेरक L, $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin\omega t$ से जुड़ा है। प्रेरित वि.वा. बल $e = -L\frac{dI}{dt}$ लगाए गए वि.वा. बल का विरोध करता है (लेंज़ नियम), अतः $\varepsilon = -e$:

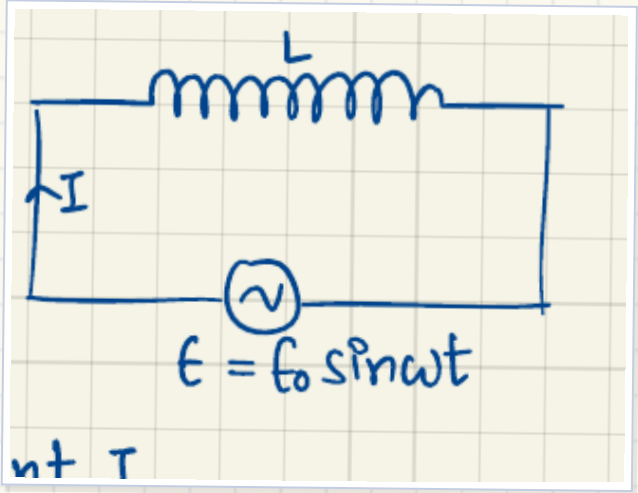
$$\varepsilon = L\frac{dI}{dt} \Rightarrow dI = \frac{\varepsilon_0}{L}\sin\omega t\, dt$$

Integrating both sides:

दोनों ओर समाकलन करने पर :

$$I = \frac{\varepsilon_0}{L}\left(\frac{-\cos\omega t}{\omega}\right) = -\frac{\varepsilon_0}{\omega L}\cos\omega t = \frac{\varepsilon_0}{\omega L}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Peak current $I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\omega L}$ (when the sine term is 1):



शिखर धारा $I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\omega L}$ (जब sine पद 1 हो) :

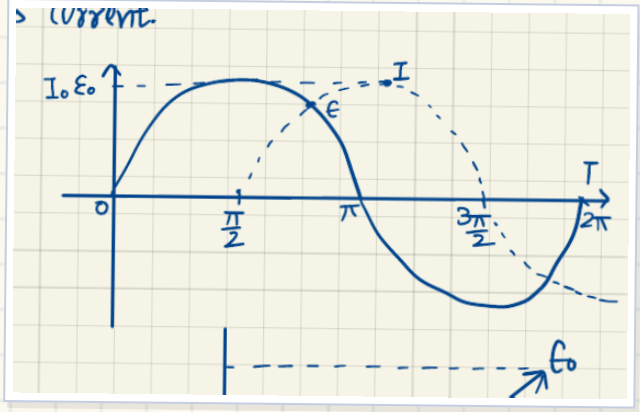
$$I = I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$ Hence Proved ✓

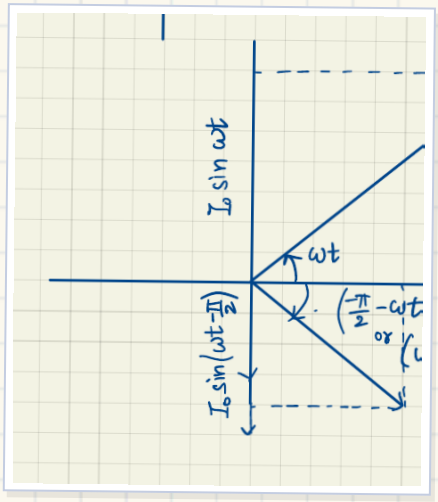
Phase difference $\phi = \frac{\pi}{2}$ — **voltage leads current** by 90°. Inductive reactance $X_L = \omega L$.

कलांतर $\phi = \frac{\pi}{2}$ — **वोल्टता, धारा से** 90° **आगे** रहती है। प्रेरकीय प्रतिघात $X_L = \omega L$।

The waveform and phasor diagrams show I lagging behind ε by π/2.

तरंग-आरेख और फेज़र आरेख में I, ε से π/2 पीछे दिखती है।





AC voltage applied to a capacitor
संधारित्र पर AC वोल्टता

A capacitor C is connected to $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$ ... (1). Charge on the capacitor $q = C\varepsilon = C\varepsilon_0 \sin \omega t$.

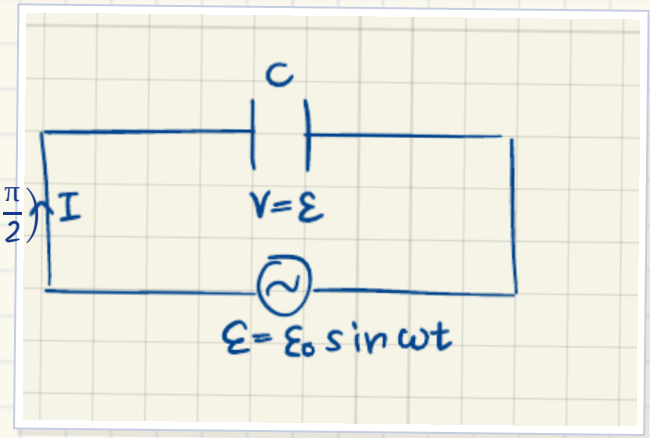
संधारित्र C, $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$ ... (1) से जुड़ा है। संधारित्र पर आवेश $q = C\varepsilon = C\varepsilon_0 \sin \omega t$।

$$I = \frac{dq}{dt} = C\varepsilon_0 \frac{d}{dt}(\sin \omega t) = C\varepsilon_0 \omega \cos \omega t = C\varepsilon_0 \omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Peak current $I_0 = C\varepsilon_0\omega = \frac{\varepsilon_0}{1/\omega C}$;

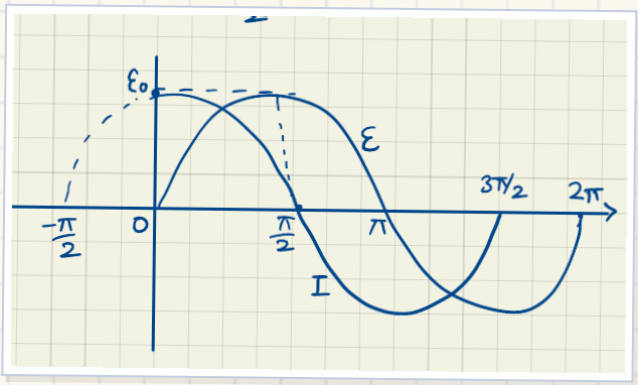
शिखर धारा $I_0 = C\varepsilon_0\omega = \frac{\varepsilon_0}{1/\omega C}$:

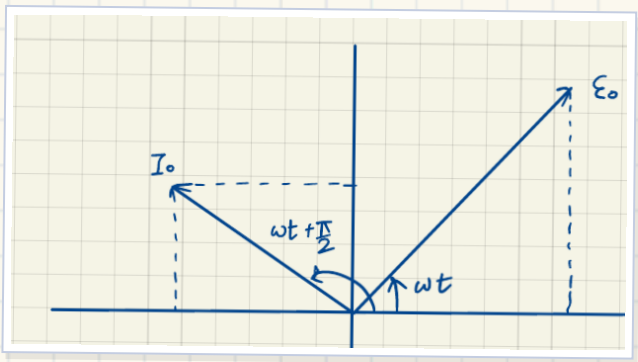
$$I = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$ Hence Proved ✓



Phase difference $\phi = \frac{\pi}{2}$ — **current leads voltage** by 90°. Capacitive reactance $X_C = \frac{1}{\omega C}$.

कलांतर $\phi = \frac{\pi}{2}$ — **धारा, वोल्टता से** 90° **आगे** रहती है। धारितीय प्रतिघात $X_C = \frac{1}{\omega C}$।



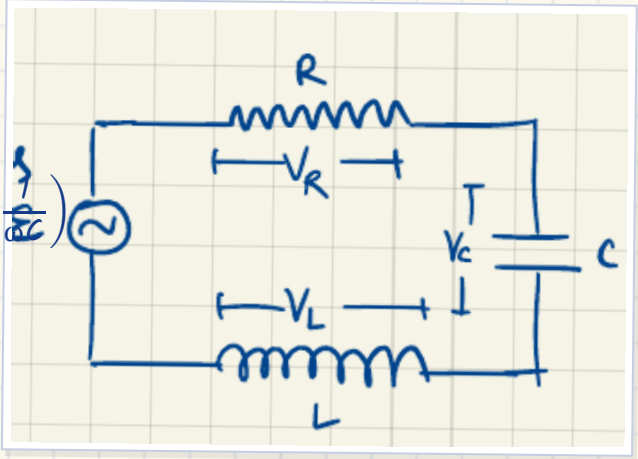


Impedance of a series LCR circuit
श्रेणी LCR परिपथ की प्रतिबाधा

L, C and R are in series with an AC source; the same current I flows through all. Voltage drops:

> *L, C और R एक AC स्रोत के साथ श्रेणी में हैं; सब में समान धारा I बहती है। विभव पतन :*

$V_R = IR, \quad V_C = IX_C, \quad V_L = IX_L \quad \left(X_L = \omega L,\ X_C = \frac{1}{\omega C}\right)$



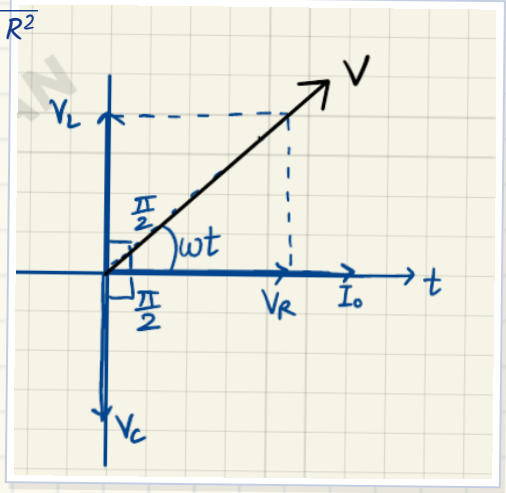
In the phasor diagram, V_R is along I, V_L leads by 90° and V_C lags by 90°. Taking $V_L > V_C$, their resultant is $(V_L - V_C)$.

> *फेज़र आरेख में V_R धारा I के अनुदिश, V_L 90° आगे और V_C 90° पीछे है। $V_L > V_C$ मानने पर उनका परिणामी $(V_L - V_C)$ है।*

$$V = \sqrt{(V_L - V_C)^2 + V_R^2} = \sqrt{(IX_L - IX_C)^2 + (IR)^2} = I\sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2}$$

$$Z = \frac{V}{I} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Hence Proved ✓



Z is called the impedance. Phase angle: $\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}$.

> *Z को प्रतिबाधा कहते हैं। कला कोण : $\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}$।*

Resonant frequency of a series LCR circuit
श्रेणी LCR परिपथ की अनुनादी आवृत्ति

Resonance occurs when inductive reactance equals capacitive reactance; then $Z = R$ (minimum) and current is maximum.

अनुनाद तब होता है जब प्रेरकीय प्रतिघात, धारितीय प्रतिघात के बराबर हो; तब $Z = R$ (न्यूनतम) और धारा अधिकतम होती है।

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$2\pi\nu = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\boxed{\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$ Hence Proved ✓

Average power in a series LCR circuit
श्रेणी LCR परिपथ में औसत शक्ति

Voltage $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin\omega t$ drives a current $i = i_0 \sin(\omega t - \phi)$, where $i_0 = \frac{\varepsilon_0}{Z}$ and $\phi = \tan^{-1}\frac{X_C - X_L}{R}$.

वोल्टता $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin\omega t$ से धारा $i = i_0 \sin(\omega t - \phi)$ बहती है, जहाँ $i_0 = \frac{\varepsilon_0}{Z}$ और $\phi = \tan^{-1}\frac{X_C - X_L}{R}$।

$$P = \varepsilon i = \varepsilon_0 i_0 \sin\omega t \sin(\omega t - \phi)$$

$$P = \frac{\varepsilon_0 i_0}{2}[\cos\phi - \cos(2\omega t - \phi)] \quad \cdots (1) \qquad (2\sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B))$$

Over a full cycle, the average of $\cos(2\omega t - \phi)$ is zero (its positive half cancels the negative half). Only $\cos\phi$ survives:

एक पूरे चक्र में $\cos(2\omega t - \phi)$ का औसत शून्य होता है (धनात्मक आधा भाग ऋणात्मक को निरस्त कर देता है)। केवल $\cos\phi$ बचता है :

$$\bar{P} = \frac{\varepsilon_0 i_0}{2}\cos\phi = \left(\frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{i_0}{\sqrt{2}}\right)\cos\phi$$

$$\boxed{\bar{P} = \varepsilon_{rms} I_{rms} \cos\phi}$$ Hence Proved ✓

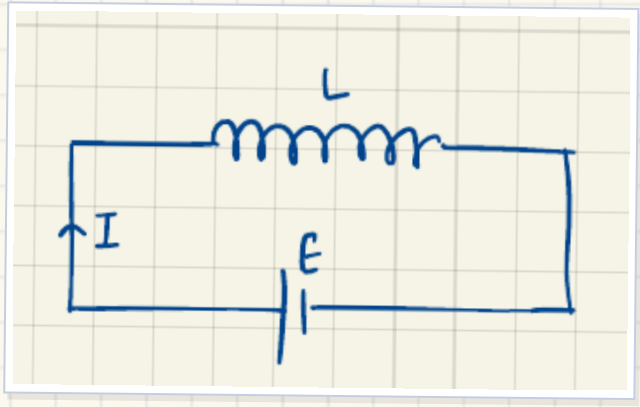
$\cos\phi$ is called the power factor.

$\cos\phi$ को शक्ति गुणांक (power factor) कहते हैं।

Energy stored in an inductor
प्रेरक में संचित ऊर्जा

An inductor L is connected to a source. To build up the current, the source does work against the back emf $\varepsilon = L\frac{dI}{dt}$.

प्रेरक L एक स्रोत से जुड़ा है। धारा बढ़ाने के लिए स्रोत को विरोधी वि.वा. बल $\varepsilon = L\frac{dI}{dt}$ के विरुद्ध कार्य करना पड़ता है।



$$P = \varepsilon I = LI\frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dW}{dt} = LI\frac{dI}{dt} \Rightarrow dW = LI\,dI$$

Integrating from 0 to the maximum current I_0:

0 से अधिकतम धारा I_0 तक समाकलन करने पर :

$$W = \int_0^{I_0} LI\,dI = L\left[\frac{I^2}{2}\right]_0^{I_0} = \frac{1}{2}LI_0^2$$

$$U = \frac{1}{2}LI_0^2$$ Hence Proved ✓

This work is stored as magnetic potential energy in the inductor.

यह कार्य प्रेरक में चुंबकीय स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित होता है।

Chapter 9

Ray Optics

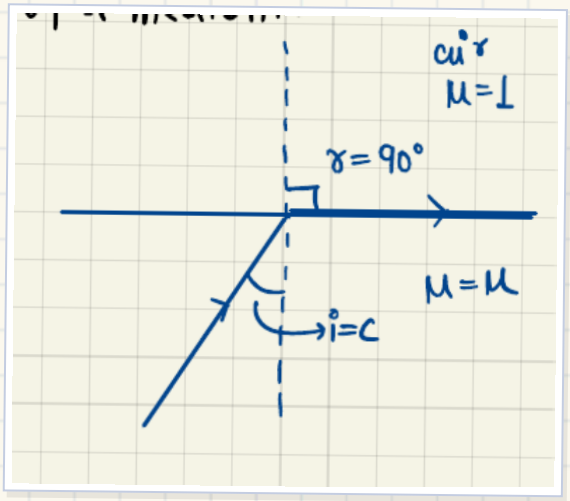
अध्याय 9 : किरण प्रकाशिकी

Relation between critical angle and refractive index

क्रांतिक कोण और अपवर्तनांक में संबंध

Light goes from a denser medium (refractive index μ) to a rarer medium (air, $\mu = 1$). At the critical angle C, the angle of refraction is 90°.

प्रकाश सघन माध्यम (अपवर्तनांक μ) से विरल माध्यम (वायु, $\mu = 1$) में जाता है। क्रांतिक कोण C पर अपवर्तन कोण 90° होता है।



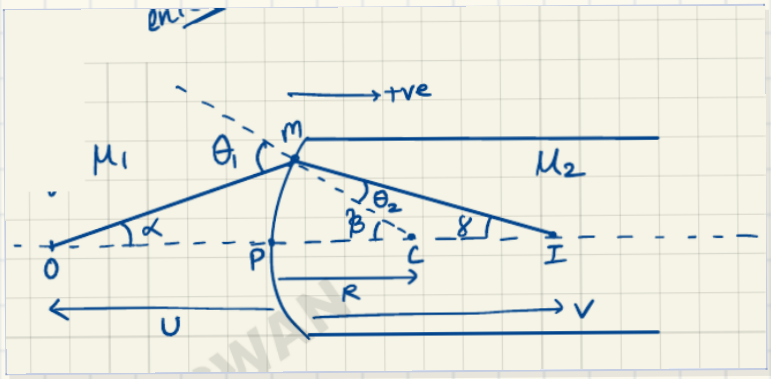
Snell's law: $\mu \sin C = 1 \times \sin 90° = 1$

$$\mu = \frac{1}{\sin C}$$

Hence Proved ✓

Refraction at a convex spherical surface

उत्तल गोलीय पृष्ठ पर अपवर्तन



Object O is in medium μ_1; the convex surface (centre of curvature C, radius R) separates it from medium μ_2. Image is formed at I. Let α, β, γ be the angles made by the incident ray, the normal and the refracted ray with the principal axis.

वस्तु O माध्यम μ_1 में है; उत्तल पृष्ठ (वक्रता केंद्र C, त्रिज्या R) इसे माध्यम μ_2 से अलग करता है। प्रतिबिंब I पर बनता है। माना आपतित किरण, अभिलंब और अपवर्तित किरण, मुख्य अक्ष से क्रमशः α, β, γ कोण बनाती हैं।

Distances are measured from the pole; the direction of the incident ray is positive.

सभी दूरियाँ ध्रुव से मापी जाती हैं; आपतित किरण की दिशा धनात्मक है।

$$\text{In } \triangle OMC: \ \theta_1 = \alpha + \beta, \qquad \text{In } \triangle CMI: \ \theta_2 = \beta - \gamma$$

By Snell's law, for small angles ($\sin\theta \approx \theta$):

स्नेल के नियम से, छोटे कोणों के लिए ($\sin\theta \approx \theta$) :

$$\mu_1\theta_1 = \mu_2\theta_2 \ \Rightarrow \ \mu_1(\alpha + \beta) = \mu_2(\beta - \gamma) \quad \cdots (1)$$

For small angles, with height h of point M:

छोटे कोणों के लिए, बिंदु M की ऊँचाई h लेकर :

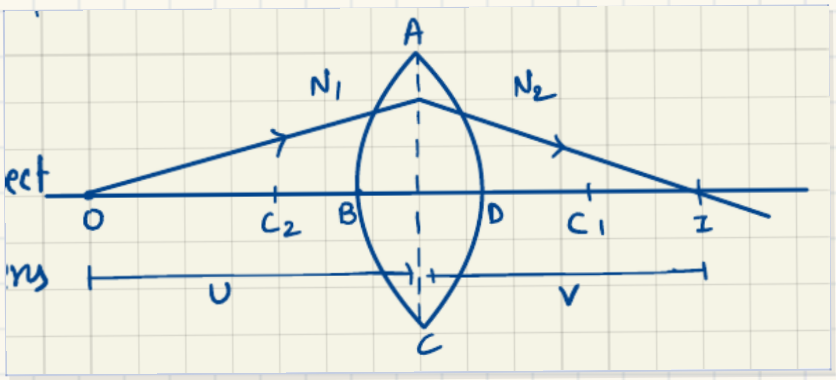
$$\alpha \approx \tan\alpha = \frac{h}{-u}, \qquad \beta \approx \frac{h}{R}, \qquad \gamma \approx \frac{h}{v}$$

$$\mu_1\left(-\frac{h}{u}+\frac{h}{R}\right) = \mu_2\left(\frac{h}{R}-\frac{h}{v}\right)$$

$$\frac{\mu_1}{R}-\frac{\mu_1}{u} = \frac{\mu_2}{R}-\frac{\mu_2}{v}$$

$$\boxed{\frac{\mu_2}{v}-\frac{\mu_1}{u} = \frac{\mu_2-\mu_1}{R}}$$ Hence Proved ✓

Lens maker's formula
लेंस मेकर सूत्र



A thin convex lens (refractive index n_2) is in a medium n_1. Object O is on the principal axis; final image at I. Treat refraction at the two surfaces one by one.

n_2 अपवर्तनांक का पतला उत्तल लेंस, n_1 माध्यम में है। वस्तु O मुख्य अक्ष पर है; अंतिम प्रतिबिंब I पर। दोनों पृष्ठों पर अपवर्तन को एक-एक करके लें।

(I) First surface ABC: if ADC were absent, the image would form at I_1 (distance v'):

(I) पहला पृष्ठ ABC: यदि ADC न हो, तो प्रतिबिंब I_1 पर (दूरी v') बनता :

$$\frac{n_2}{v'}-\frac{n_1}{u} = \frac{n_2-n_1}{R_1} \quad \ldots(1)$$

(II) Second surface ADC: I_1 acts as the object; light goes from n_2 to n_1 and the final image forms at I:

(II) दूसरा पृष्ठ ADC: I_1 वस्तु का कार्य करता है; प्रकाश n_2 से n_1 में जाता है और अंतिम प्रतिबिंब I पर बनता है :

$$\frac{n_1}{v}-\frac{n_2}{v'} = \frac{n_1-n_2}{R_2} \quad \ldots(2)$$

Adding (1) and (2):

(1) और (2) को जोड़ने पर :

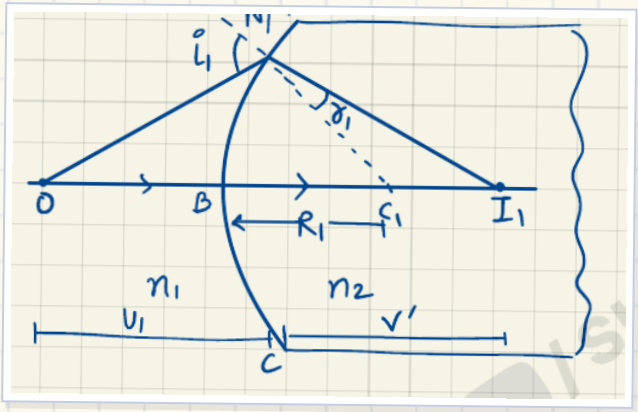
$$\frac{n_1}{v}-\frac{n_1}{u} = (n_2-n_1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

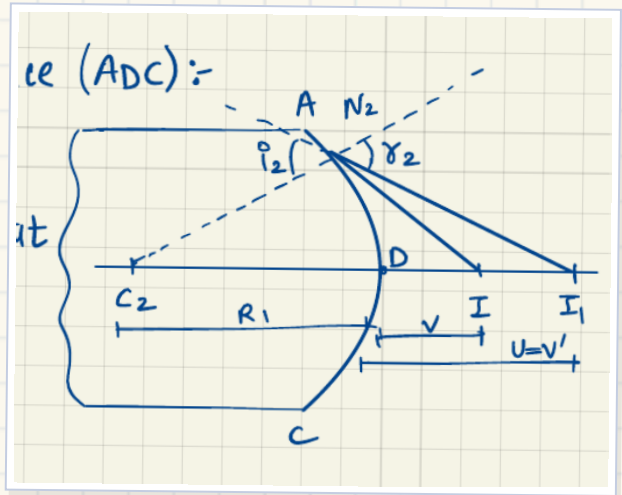
$$\frac{1}{v}-\frac{1}{u} = \left(\frac{n_2}{n_1}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

For an object at infinity ($u = \infty$), $v = f$:

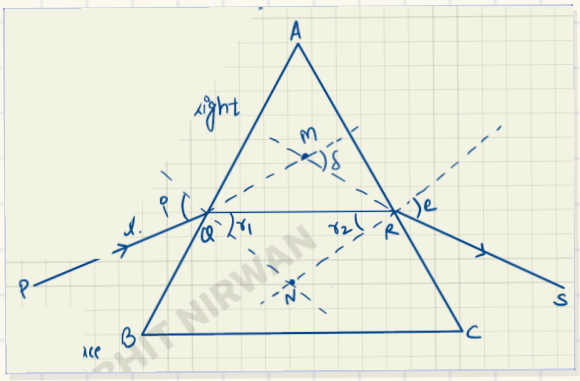
अनंत पर वस्तु के लिए ($u = \infty$), $v = f$:

$$\boxed{\frac{1}{f} = (n_{21}-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}$$ Hence Proved ✓





Refraction through a prism
प्रिज्म से अपवर्तन



Ray PQ falls on face AB of a triangular prism (angle A), refracts along QR and emerges along RS from face AC. i = angle of incidence, e = angle of emergence, r_1, r_2 = angles of refraction at the two faces, δ = angle of deviation.

किरण PQ त्रिभुजाकार प्रिज्म (कोण A) के फलक AB पर गिरती है, QR दिशा में अपवर्तित होकर फलक AC से RS दिशा में निकलती है। i = आपतन कोण, e = निर्गत कोण, r_1, r_2 = दोनों फलकों पर अपवर्तन कोण, δ = विचलन कोण।

$$\text{In } \triangle QNR: \; r_1 + r_2 + \angle QNR = 180^\circ \quad \dots(1)$$

$$\text{In quadrilateral } AQNR: \; A + 90^\circ + \angle QNR + 90^\circ = 360^\circ \Rightarrow A + \angle QNR = 180^\circ \quad \dots(2)$$

From (1) and (2):

(1) और (2) से :

$$A = r_1 + r_2 \quad \dots(3)$$

Total deviation = deviation at the first face + deviation at the second face:

कुल विचलन = पहले फलक पर विचलन + दूसरे फलक पर विचलन :

$$\delta = (i - r_1) + (e - r_2) = (i + e) - A \Rightarrow i + e = \delta + A \quad \dots(4)$$

At minimum deviation δ_m: $i = e$ and $r_1 = r_2 = r$. So (3) gives $r = \frac{A}{2}$ and (4) gives $i = \frac{A + \delta_m}{2}$.

न्यूनतम विचलन δ_m पर : $i = e$ और $r_1 = r_2 = r$। अतः (3) से $r = \frac{A}{2}$ और (4) से $i = \frac{A + \delta_m}{2}$।

By Snell's law, $\mu = \frac{\sin i}{\sin r}$:

स्नेल के नियम से, $\mu = \frac{\sin i}{\sin r}$:

$$\mu = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

Hence Proved ✓

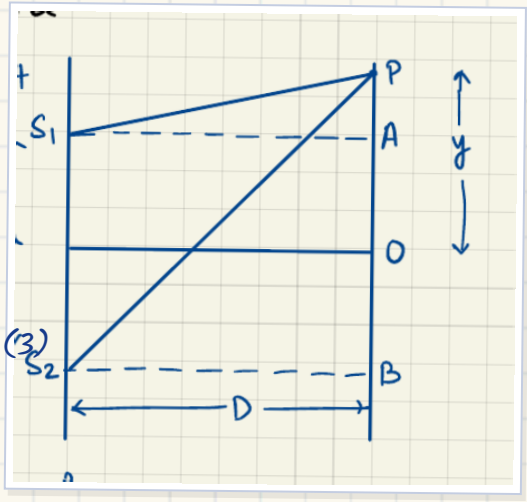
Chapter 10

Wave Optics

अध्याय 10 : तरंग प्रकाशिकी

Position of fringes and fringe width in Young's double-slit experiment

यंग के द्वि-झिरी प्रयोग में फ्रिंजों की स्थिति और फ्रिंज चौड़ाई



Light from two slits S_1 and S_2 (separation d) superposes on a screen at distance D, forming bright and dark fringes. P is a point at height y from the centre O.

दो झिरियों S_1 और S_2 (दूरी d) से आने वाला प्रकाश D दूरी पर रखे पर्दे पर अध्यारोपित होकर दीप्त और अदीप्त फ्रिंजें बनाता है। P, केंद्र O से y ऊँचाई पर एक बिंदु है।

$$\text{Path difference } \Delta x = S_2P - S_1P \quad \dots(1)$$

$$S_1P^2 = D^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 \quad \dots(2), \qquad S_2P^2 = D^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 \quad \dots(3)$$

Subtracting (2) from (3):

(3) में से (2) घटाने पर :

$$S_2P^2 - S_1P^2 = 2yd \Rightarrow (S_2P - S_1P)(S_2P + S_1P) = 2yd$$

For P close to O, $S_1P \approx S_2P \approx D$, so $(S_2P + S_1P) = 2D$:

P, O के पास हो तो $S_1P \approx S_2P \approx D$, अतः $(S_2P + S_1P) = 2D$:

$$\boxed{\Delta x = \frac{yd}{D}}$$

Bright fringes (maxima): $\Delta x = n\lambda \Rightarrow y_n = \frac{n\lambda D}{d}$ ($n = 0$: central bright fringe).

दीप्त फ्रिंजें (उच्चिष्ठ): $\Delta x = n\lambda \Rightarrow y_n = \frac{n\lambda D}{d}$ ($n = 0$: केंद्रीय दीप्त फ्रिंज)।

Dark fringes (minima): $\Delta x = (2n-1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow y_n = \frac{(2n-1)\lambda D}{2d}$.

अदीप्त फ्रिंजें (निम्निष्ठ): $\Delta x = (2n-1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow y_n = \frac{(2n-1)\lambda D}{2d}$।

Fringe width = distance between two consecutive bright (or dark) fringes:

फ्रिंज चौड़ाई = दो क्रमागत दीप्त (या अदीप्त) फ्रिंजों के बीच की दूरी :

$$\beta = y_{n+1} - y_n = \frac{(n+1)\lambda D}{d} - \frac{n\lambda D}{d}$$

$$\boxed{\beta = \frac{\lambda D}{d}}$$ Hence Proved ✓

Bright and dark fringes have equal width, and they appear alternately.

दीप्त और अदीप्त फ्रिंजों की चौड़ाई समान होती है और वे बारी-बारी से आती हैं।

Chapter 11

Dual Nature of Radiation and Matter

अध्याय 11 : विकिरण तथा द्रव्य की द्वैत प्रकृति

de Broglie equation

दे-ब्रॉग्ली समीकरण

Energy of a photon of frequency ν: $E = h\nu$ ... (1). By Einstein's mass-energy relation: $E = mc^2$ ... (2).

आवृत्ति ν वाले फोटॉन की ऊर्जा : $E = h\nu$ ... (1)। आइंस्टीन के द्रव्यमान-ऊर्जा संबंध से : $E = mc^2$ ... (2)।

$$h\nu = mc^2 \Rightarrow m = \frac{h\nu}{c^2}$$

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{c/\nu} = \frac{h}{\lambda} \qquad \left(\because \lambda = \frac{c}{\nu}\right)$$

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}}$$ Hence Proved ✓

This is the de Broglie wavelength — a moving particle also behaves like a wave.

यह दे-ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य है — गतिमान कण भी तरंग की तरह व्यवहार करता है।

Electron accelerated through potential V: its kinetic energy $K = eV$, and $K = \frac{1}{2}mv^2$.

विभव V से त्वरित इलेक्ट्रॉन: इसकी गतिज ऊर्जा $K = eV$, तथा $K = \frac{1}{2}mv^2$।

$$mK = \frac{1}{2}m^2v^2 \Rightarrow m^2v^2 = 2mK \Rightarrow mv = \sqrt{2mK}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mK}} = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

Putting $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J s, $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C:

$h = 6.63 \times 10^{-34}$ J s, $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C रखने पर :

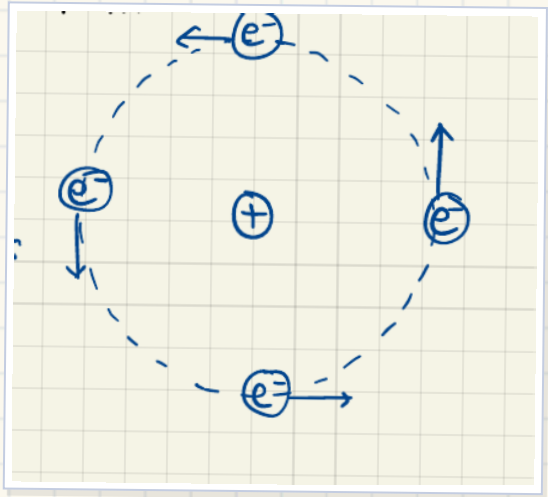
$$\boxed{\lambda = \frac{1.227}{\sqrt{V}}\ \text{nm}}$$ Hence Proved ✓

Chapter 12 **Atoms**

अध्याय 12 : परमाणु

Bohr's model: radius, velocity and energy of the electron

बोर मॉडल : इलेक्ट्रॉन की त्रिज्या, वेग और ऊर्जा



An electron (mass m, charge e) revolves with speed v in an orbit of radius r around a nucleus of charge Ze. The electrostatic attraction provides the centripetal force:

एक इलेक्ट्रॉन (द्रव्यमान m, आवेश e) आवेश Ze वाले नाभिक के चारों ओर r त्रिज्या की कक्षा में v चाल से घूमता है। स्थिरवैद्युत आकर्षण बल अभिकेंद्र बल प्रदान करता है :

$$\frac{k(Ze)(e)}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow mv^2 r = kZe^2 \quad \dots(1) \qquad \left(k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)$$

Bohr's quantisation postulate:

बोर का क्वांटीकरण अभिगृहीत :

$$mvr = \frac{nh}{2\pi} \quad \dots(2)$$

Radius: squaring (2) and dividing by (1):

त्रिज्या: (2) का वर्ग करके (1) से भाग देने पर :

$$\frac{m^2v^2r^2}{mv^2r} = \frac{n^2h^2}{4\pi^2}\cdot\frac{4\pi\varepsilon_0}{2e^2} \Rightarrow mr = \frac{n^2h^2\varepsilon_0}{\pi Ze^2}$$

$$\boxed{r_n = \frac{n^2h^2\varepsilon_0}{\pi mZe^2}}$$ Hence Proved ✓

Velocity: putting r_n in (2):

वेग: r_n को (2) में रखने पर :

$$\boxed{v_n = \frac{Ze^2}{2nh\varepsilon_0}}$$ Hence Proved ✓

Kinetic energy:

गतिज ऊर्जा:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{Ze^2}{2nh\varepsilon_0}\right)^2 = \frac{mZ^2e^4}{8n^2h^2\varepsilon_0^2}$$

Potential energy:

स्थितिज ऊर्जा:

$$U = \frac{k(Ze)(-e)}{r_n} = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\pi mZe^2}{n^2h^2\varepsilon_0} = -\frac{mZ^2e^4}{4n^2h^2\varepsilon_0^2}$$

Total energy $E = K + U$:

कुल ऊर्जा $E = K + U$:

$$\boxed{E_n = -\frac{mZ^2e^4}{8n^2h^2\varepsilon_0^2}}$$ Hence Proved ✓

Note: $U = -2K$ and $E = -K$. For hydrogen ($Z = 1$): $E_n = -\frac{13.6}{n^2}$ eV.

ध्यान दें : $U = -2K$ और $E = -K$। हाइड्रोजन ($Z = 1$) के लिए : $E_n = -\frac{13.6}{n^2}$ eV।